
Übungen zur Vorlesung Physik III – Atom- und Quantenphysik –

Prof. C. Zeitnitz, Dr. F. Ellinghaus

Wintersemester 2015/2016

Universität Wuppertal

BLATT V

ABGABE BIS DONNERSTAG, DEN 3. DEZ. 2015, 12:00

1. Tunneleffekt Bor-Ion (4 Punkte)

Geben Sie die Transmissions- und die Reflexionswahrscheinlichkeit für ein Bor-Ion ($^{10}\text{B}^+$) an, welches mit einer kinetischen Energie von $40 \mu\text{eV}$ auf eine rechteckförmige Potentialbarriere der Höhe $50 \mu\text{eV}$ und der Breite 1 nm trifft.

2. Eindimensionales Potential (9 Punkte)

In einem eindimensionalen Potential $V(x) = \frac{1}{2}Dx^2$ sei ein Teilchen der Masse m gebunden.

- Zeigen Sie, dass $\Psi(x) = N(2\alpha^2x^2 - 1)e^{-\alpha^2x^2/2}$ mit $\alpha^2 = \sqrt{mD}/\hbar$ eine Lösung der entsprechenden zeitunabhängigen Schrödingergleichung ist.
- Zu welchem Energie-Eigenwert und zu welcher Quantenzahl n gehört diese Lösung?
- Bestimmen Sie die Normierungskonstante N .
Um das Integral zu lösen ist es hilfreich von einem Integral der Gauss Funktion: $\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\alpha^2x^2} dx = \sqrt{\pi}/\alpha$ zu starten und (mehrfach?) nach α abzuleiten.

3. Streuung am δ -Potential (7 Punkte)

Gegeben ist das Potential

$$V(x) = -\alpha \cdot \delta(x)$$

- Warum ist die Forderung nach Stetigkeit der Ableitung der Wellenfunktion bei $x = 0$ hier nicht gültig?
- Zeigen Sie zuerst durch Integrieren der Schrödinger-Gleichung über ein kleines Intervall $[-\epsilon, \epsilon]$, dass man stattdessen die Forderung

$$\left(\frac{d\Psi}{dx} \Big|_{\epsilon} - \frac{d\Psi}{dx} \Big|_{-\epsilon} \right) = \frac{2m\alpha}{\hbar^2} \cdot \Psi(0)$$

stellen kann.

- (c) Lösen Sie die Schrödinger-Gleichung für die Streuzustände ($E > 0$) und zeigen Sie, dass der Transmissionskoeffizient und der Reflexionskoeffizient als

$$T = 1/(1 + \beta^2) \quad \text{und} \quad R = \beta^2/(1 + \beta^2)$$

geschrieben werden können (mit geeignetem β).