

---

# Übungen zur Vorlesung Physik III

## – Atom- und Quantenphysik –

Prof. C. Zeitnitz, Dr. F. Ellinghaus

Wintersemester 2015/2016

Universität Wuppertal

---

### BLATT VII

ABGABE BIS DONNERSTAG, DEN 7. JAN. 2016, 12:00

#### 1. Auswahlregeln

(8 Punkte)

Betrachten Sie den Übergang zwischen zwei Zuständen des H-Atoms mit den Quantenzahlen  $(n, l, m)$  und  $(n', l', m')$ . Der wesentliche Faktor in der Übergangswahrscheinlichkeit ist das Quadrat von

$$\vec{M} = \int \psi_{n'l'm'}^* \vec{r} \psi_{nlm} dV. \quad (1)$$

Dieser Ausdruck wird Übergangsdipolmoment genannt. Mit den Eigenfunktionen  $\psi_{nlm} = R_{nl}(r) Y_l^m(\theta, \phi)$  des Wasserstoffs in Kugelkoordinaten kann man die drei Komponenten der Übergangsamplitude folgendermassen schreiben:

$$\begin{pmatrix} M_1 \\ M_2 \\ M_3 \end{pmatrix} = \left( \int_0^\infty R_{n'l'}(r) \cdot r \cdot R_{nl}(r) \cdot r^2 dr \right) \cdot \int Y_{l'}^{m'*}(\theta, \phi) \begin{pmatrix} \sin \theta \cos \phi \\ \sin \theta \sin \phi \\ \cos \theta \end{pmatrix} Y_l^m(\theta, \phi) d\Omega. \quad (2)$$

Wenn das Integral verschwindet, ist der Übergang verboten. Stellen Sie für den Übergang in den Grundzustand  $(n, l, m) = (1, 0, 0)$  fest, ob alle Komponenten von  $\vec{M}$  verschwinden, wenn der Anfangszustand der Zustand

- (a)  $(n, l, m) = (2, 0, 0)$
- (b)  $(n, l, m) = (2, 1, 0)$  ist.

Hinweis: Die Eigenfunktionen  $\psi_{nlm}$  und die Radialwellenfunktionen  $R_{nl}(r)$  wurden in der Vorlesung angegeben.

#### 2. Magnetisches Moment

(4 Punkte)

Wie groß ist das Magnetfeld, daß ein Elektron in einem Wasserstoffatom im Grundzustand am Ort des Protons erzeugen würde, wenn es nach dem Bohrschen Atommodell auf der kleinsten Bahn ( $n = 1$ ) umlaufen würde ?

### 3. Stern-Gerlach Versuch

(4 Punkte)

In einem Stern-Gerlach-Versuch trifft ein Atomstrahl aus Silberatomen im Grundzustand ( $5^2S_{1/2}$ , also  $l = 0$ ), der sich in  $x$ -Richtung bewegt, auf ein stark inhomogenes Magnetfeld mit einem Gradienten in  $z$ -Richtung ( $dB/dz = 1000 \text{ T m}^{-1}$ ). Die Ausdehnung des Magnetfeldes in  $x$ -Richtung ist  $a = 5 \text{ cm}$ . Im Abstand von  $b = 8 \text{ cm}$  zum Magnetfeld (in Strahlrichtung) steht ein Projektionsschirm.

Berechnen Sie die Komponente des magnetischen Moments des Silberatoms in  $z$ -Richtung, wenn die Aufspaltung des Strahls auf dem Projektionsschirm zu  $d = 2.2 \text{ mm}$  gemessen wird und die Silberatome eine Geschwindigkeit von  $v = 500 \text{ m s}^{-1}$  haben. Die Masse eines Silberatoms beträgt  $m = 1.79 \times 10^{-25} \text{ kg}$ .

### 4. Feinstruktur

(4 Punkte)

Der Bahndrehimpuls  $\vec{L}$  und der Spin  $\vec{S}$  setzen sich zum Gesamtdrehimpuls  $\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$  zusammen. Der Erwartungswert von  $\vec{J}$  ist  $|\vec{J}| = \sqrt{j(j+1)}\hbar$  mit  $j = |l + s|$ .

- Welchen Wert können  $j$  und  $m_j$  für ein  $p$ - bzw.  $d$ -Elektron annehmen ( $l = 1$  bzw.  $2$ )?
- Nichtrelativistisch ergibt sich die Gesamtenergie eines Zustands mit den Quantenzahlen  $n, l, j$  zu

$$E_{nlj} = E_n \left( 1 + \frac{a}{2} \{ j(j+1) - l(l+1) - s(s+1) \} \right); \quad a = \frac{Z^2 \alpha^2}{n \cdot l(l + \frac{1}{2})(l + 1)},$$

wobei  $\alpha \simeq 1/137$  die Feinstrukturkonstante ist. Wie groß ist die Feinstrukturaufspaltung für  $p$ - und  $d$ -Elektronen bei Wasserstoff als Funktion der Quantenzahl  $n$  ?

- Wie groß ist die Feinstrukturaufspaltung (in eV) für  $p$ - und  $d$ -Elektronen bei Wasserstoff für die niedrigste mögliche Quantenzahl  $n$  ?