
Übungen zur Vorlesung Physik IV

– Kern- und Teilchenphysik –

Prof. C. Zeitnitz, Dr. F. Ellinghaus, Dr. A. Pollmann

Sommersemester 2016

Universität Wuppertal

BLATT XI

ABGABE BIS DONNERSTAG, DEN 14. JULI 2016, 12:00

1. Parität (5 Punkte)

Die Parität η beschreibt die Transformation einer (Wellen-)Funktion unter Spiegelung am Ursprung. Die Parität ist der Eigenwert des Paritätsoperators $P\Psi(\vec{r}) = \Psi(-\vec{r}) = \eta\Psi(\vec{r})$, mit $\eta = \pm 1$.

Die folgenden Funktionen seien in Kugelkoordinaten gegeben. Die Funktionen $R_n(r)$ sind unabhängig von θ und ϕ . Geben Sie deren Parität an, falls eine feste Parität existiert.

- (a) $\Psi_1 = e^{\alpha r}$
- (b) $\Psi_2 = r^2 \cos(\theta)$
- (c) $\Psi_3 = R_3(r) \sin(\theta) e^{i\phi}$
- (d) $\Psi_4 = R_4(r) e^{i\theta}$
- (e) $\Psi_5 = R_5(r) \sin(\theta) \cos(\theta) e^{-i\phi}$

2. Parität und Ladungskonjugation (6 Punkte)

Das K^+ Meson hat Spin 0 und zerfällt hauptsächlich ($\approx 64\%$) durch die Reaktion $K^+ \rightarrow \mu^+ \nu_\mu$.

- (a) Zeichnen Sie den Feynman Graphen des Zerfalls.
- (b) Skizzieren Sie die Richtung der Impulse und der Spins von Myon und Neutrino im Ruhesystem des Kaons. Wenden Sie nun den Paritätsoperator P, den C-Paritätsoperator C (Operator der Ladungskonjugation) sowie die Kombination der beiden Operatoren (CP) an und skizzieren Sie die daraus resultierenden Impuls- und Spinkonfigurationen. Welche dieser drei treten nicht auf und warum?
- (c) Der Zerfall $K^+ \rightarrow e^+ \nu_e$ wird nur extrem selten beobachtet. Wieso ist das so ?

3. Parität und Drehimpuls

(6 Punkte)

Die Reaktion $\pi^+p \rightarrow \pi^+p$ verläuft bei einer Schwerpunktsenergie von 1232 MeV praktisch vollständig über die Bildung eines resonanten Zwischenzustandes, der Deltaresonanz $\Delta^{++}(1232)$ (Spin 3/2, Parität +1, Zerfallsbreite 120 MeV).

- Zeichnen Sie den Feynman-Graph für den Zerfall der Δ^{++} Resonanz in ein Proton und ein Pion.
- Bei welchem Impuls des einlaufenden Pions liegt das Maximum der Resonanz, wenn das Proton im Laborsystem ruht ?
- Welche Lebensdauer hat die Deltaresonanz ? Auf welche Wechselwirkung deutet der errechnete Wert hin ?
- Bei welchem Bahndrehimpuls des π^+p -Systems tritt die Resonanz auf ? Hinweis: Die Parität ist bei der hier betrachteten Wechselwirkung erhalten. Das Proton hat eine Parität von +1 und das Pion von -1.
- Wieso hat die Δ^{++} Resonanz zur Postulierung eines neuen Freiheitsgrades (der Quantenzahl "Farbe") geführt?

4. Laufende Kopplungskonstante der QCD

(3 Punkte)

- Die (laufende) Kopplungskonstante der QCD ist in führender Ordnung gegeben durch:

$$\alpha_s(Q^2) = \frac{12\pi}{(11n_c - 2n_f) \ln(Q^2/\Lambda^2)} \quad (1)$$

Hierbei stellt n_c die Zahl der Farbfreiheitsgrade und n_f die Anzahl der beteiligten Quarksorten dar. Setzen Sie $\Lambda = 250$ MeV und nehmen Sie an, dass alle Quarksorten mit $m_q < Q$ an dem Prozess beteiligt sind, wobei $m_{u,d,s} < 200$ MeV, $m_c \approx 1.3$ GeV, $m_b \approx 4.2$ GeV und $m_t \approx 173$ GeV. Berechnen Sie die Werte von $\alpha_s(Q^2)$ für $Q = 1$ GeV, 100 GeV und 1 TeV.

- Zum Vergleich gilt für die QED Kopplungskonstante:

$$\alpha_{em}(Q^2) = \frac{\alpha(\mu^2)}{1 - \frac{n_f}{3\pi} \alpha(\mu^2) \ln(Q^2/\mu^2)} \quad (2)$$

Berechnen Sie $\alpha_{em}(Q^2)$ für $Q = 1$ GeV, 100 GeV und 1 TeV unter der Annahme, dass alle 3 Leptontypen immer beitragen (also $n_f = 3$). Hierbei sei $\mu = 1$ MeV und $\alpha(1 \text{ MeV}^2) = 1/137$. Hier sollte Ihnen nun im Vergleich zu a) ein fundamental anderes Verhalten auffallen...