Übungen zur Vorlesung Physik IV
– Kern- und Teilchenphysik –

Prof. C. Zeitnitz, Dr. F. Ellinghaus, Dr. A. Pollmann

Sommersemester 2016 Universität Wuppertal

Blatt III

Abgabe bis Donnerstag, den 12. Mai 2016, 12:00

1. α-Zerfall **(10 Punkte)**

Nach Gamow gilt für die Zerfallskonstante eines α-Strahlers $\lambda = \lambda_0 \exp(-G)$

$G = \frac{2}{\hbar} \int \sqrt{2m_\alpha(V(r) - E_\alpha)} dr$

Die Integration läuft dabei über die Breite des Potentialwalls, innerhalb dessen gilt $E_\alpha < V(r)$. λ_0 ist die Stoßrate des α-Teilchens mit dem Wall und lässt sich näherungsweise als Quotient aus der kinetischen Energie des α-Teilchens E_α und der Ausdehung des Kerns $2r_K$ bestimmen.

(a) Berechnen Sie den Gamow-Faktor eines radioaktiven α-Strahlers. Nehmen Sie dazu an, dass die Energie des α-Teilchens im Kern $-E_2$ ist (ein anziehendes Kastenpotential für den Abstand $r < r_K$). Für $r \geq r_K$ verwenden Sie ein abstoßendes Coulombpotential.

$G \approx 2\pi(Z - 2)$

Hinweis: Das auftretende Integral $I = \int \sqrt{R/r - 1} dr$ lässt sich durch Substitution $x = 1/r$ analytisch lösen zu

$I = r\sqrt{\frac{R}{r} - 1} - R \arctan \sqrt{\frac{R}{r} - 1}$

(b) Berechnen Sie mit Hilfe des Gamow Faktors die Halbwertszeiten von Thorium ($Z = 90$) und Uran ($Z = 92$) und vergleichen Sie sie mit Literaturwerten.

Zahlenwerte: $E_\alpha^{\mathrm{Th}} = 5.3\,\mathrm{MeV}$, $r_K^{\mathrm{Th}} = 6\,\mathrm{fm}$, $E_\alpha^{\mathrm{U}} = 5.6\,\mathrm{MeV}$, $r_K^{\mathrm{U}} = 5\,\mathrm{fm}$

2. Elektron statt Neutron **(3 Punkte)**

Diskutieren Sie am Beispiel eines Deuteriumkerns (Z=1, A=2, Kernradius $R \approx 1\,\mathrm{fm}$) die Hypothese, ein Kern der Ladung Z und Masse A bestehe aus A Protonen und $(A-Z)$ Elektronen. Wie tief muss das bindende Potential des Kerns mindestens sein, um das System zu stabilisieren?

Hinweis: Betrachten Sie die Heisenberg'sche Unschärferelation $\Delta x \times \Delta p \geq \hbar/2$. Berechnen Sie aus der Beschränkung des Aufenthaltsortes der Elektronen deren minimale kinetische Energie und vergleichen Sie diese mit der der Protonen.

3. Neutrino Masse **(7 Punkte)**

Beim β-Zerfall ist die Zählrate N der β-Teilchen mit dem Impuls p im Intervall $[p, p+dp]$ durch Fermi's goldene Regel gegeben $N(p)dp \propto \frac{dn}{dE}$.

Dabei ist der Phasenraumfaktor dn/dE die Dichte der Zustände im Phasenraum dE. Berechnen Sie den Phasenraumfaktor unter der Annahme, dass die Rückstoßenergie des Tochterkerns vernachlässigt werden kann. Welchen Einfluss hat die Neutrinomasse auf den Endpunkt des Spektrums?

Hinweis: Gehen Sie davon aus dass *ein* Lepton wegen der Unschärferelation den Phasenraum $\Delta x \Delta y \Delta z \cdot \Delta p_x \Delta p_y \Delta p_z = h^3$ beansprucht. Damit erhält man die Anzahl der Impulszustände für Elektronen / Neutrinos $dn_{e/\nu} = \frac{V}{2\pi\hbar^3} p_{e/\nu}^2 dp_{e/\nu}$

anna.pollmann@uni-wuppertal.de