
Übungen zur Vorlesung Physik IV

– Kern- und Teilchenphysik –

Frank Ellinghaus

Sommersemester 2019

Universität Wuppertal

BLATT V

ABGABE BIS DONNERSTAG, DEN 9. MAI UM 18:00
(IN DAS POSTFACH VON F. ELLINGHAUS IN GEBÄUDE D, EBENE 9)

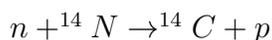
1. Zerfallskette (9 Punkte)

Zur Zeit $t = 0$ seien A_0 Kerne des Elements A und $B_0 = 0$ Kerne des Elements B vorhanden. Beide Elemente seien instabil. Element A zerfällt mit der Zerfallskonstanten λ_A in das Element B , das seinerseits mit der Zerfallskonstanten λ_B zerfällt.

- (a) Die zeitliche Änderung der Anzahl der jeweiligen Kerne kann durch Differentialgleichungen beschrieben werden. Wie lauten die Differentialgleichungen für die Anzahlen der Kerne A und B als Funktion der Zeit t .
- (b) Lösen Sie die Differentialgleichungen und geben Sie $N_A(t)$ und $N_B(t)$ an.
Hinweis: Benutzen Sie als Ansatz $N_B(t) = C_1 e^{-\lambda_A t} + C_2 e^{-\lambda_B t}$.
- (c) Zeichnen Sie das zeitliche Verhalten der Nuklide für die beiden Fälle $\lambda_A \gg \lambda_B$ und $\lambda_A \ll \lambda_B$. Wählen Sie hierbei $\lambda_A \cdot t$ und $N(t)/A_0$ als Achsen.
- (d) Die Halbwertszeiten seien $t_{1/2}^A = 10$ d und $t_{1/2}^B = 5$ d. Geben Sie $N_A(t)$ und $N_B(t)$ im Verhältnis zu A_0 nach einem, fünf und hundert Tagen an.
- (e) Wie lange dauert es, bis von 1 kg Tritium ($t^{1/2}({}_1^3H) = 12,3$ a) nur noch 1 g übrig ist ?

2. Altersbestimmung mittels C-14 Methode (7 Punkte)

Kosmische Höhenstrahlung ermöglicht in der Atmosphäre die Reaktion



(oder auch ${}^{14}_7N(n, p){}^{14}_6C$ in einer in der Kernphysik üblichen Kurzschreibweise) und erzeugt so das radioaktive Isotop ${}^{14}_6C$. In lebenden Organismen findet sich das gleiche Verhältnis von ${}^{14}_6C/{}^{12}_6C$ wie in der Atmosphäre wieder. Stirbt der Organismus, so wird kein neues ${}^{14}_6C$ eingelagert, aber das bereits vorhandene zerfällt weiterhin. Dies führt zu einer abnehmenden Aktivität. Aufgrund seiner Halbwertszeit von 5730 a eignet sich dieses Isotop sehr gut, um alte archäologische Funde zu datieren. Gehen Sie in dieser Aufgabe davon aus, dass es keine weiteren radioaktiven Nuklide in den Proben gibt.

Hinweis: 12 g Kohlenstoff des Isotops ${}^{12}_6C$ enthalten $6,022 \times 10^{23}$ Teilchen. Dies ist die Definition der Einheit 'mol'.

- (a) Lebendes Gewebe hat aufgrund des β -Zerfalls von ^{14}C eine Aktivität von 15 Zerfällen pro Gramm Kohlenstoff und pro Minute. Wie groß ist der ^{14}C -Anteil am gesamten Kohlenstoff, also $N(^{14}\text{C})/(N(^{12}\text{C}) + N(^{14}\text{C}))$?
- (b) Ein archäologisches Fundstück liegt zur Altersbestimmung vor. Es enthält 0.5 g Kohlenstoff (nur ^{14}C und ^{12}C). Pro Tag werden 290 Zerfälle gezählt. Wie alt ist die Probe?
- (c) Wie lange muss das archäologische Fundstück gemessen werden, um das Alter auf 1% genau zu bestimmen (nur statistischer Fehler)?

3. Alter des Sonnensystems aus dem $^{238}\text{U}/^{235}\text{U}$ Verhältnis (4 Punkte)

Das Verhältnis der Uranisotope $N(^{238}\text{U})/N(^{235}\text{U})$ ist heute in allen natürlichen Uranvorkommen nahezu konstant mit einem Wert von ungefähr 1/0,0072. Beide Isotope sind instabil und zerfallen mit Halbwertszeiten von $4,51 \cdot 10^9$ a (^{238}U) und $7,13 \cdot 10^8$ a (^{235}U). Modelle zur Entstehung der Elemente ergeben, dass beide Elemente zum Zeitpunkt der Entstehung der Elemente, also ungefähr zum Zeitpunkt der Entstehung des Sonnensystems, in gleicher Menge vorhanden waren. Wie alt ist das Sonnensystem wenn man es aus dem heutigen $^{238}\text{U}/^{235}\text{U}$ Verhältnis berechnet ?