

Versuch E2

Messung von Magnetfeldern mit der Hallsonde

7.96/10.15/8.22

I. Zielsetzung des Versuchs

In diesem Versuch sollen Sie das Magnetfeld einer kurzen Spule auf ihrer Mittelachse ausmessen und dabei einfache elektrische Grundschaltungen anwenden. Zur Messung benutzen Sie eine Hallsonde, die zu diesem Zweck vorher geeicht werden muß. Die Hallsonde liefert eine Spannung, die proportional zum Magnetfeld ist, aber schwierig zu messen ist, da sie im Millivoltbereich liegt und einige Hallsondentypen einen hohen Innenwiderstand haben. Die Ausgangsspannung der Hallsonde wird daher in diesem Versuch mit einer Kompensationsschaltung bestimmt. Den Widerstand der Hallsonde messen Sie mit der Wheatstoneschen Brückenschaltung.

II. Vorkenntnisse

a) allgemeine Vorkenntnisse

- Lorenkraft, Hall-Effekt, Biot-Savartsches Gesetz
Literatur: Jedes Lehrbuch der Physik über Elektrizität

b) spezielle Vorkenntnisse

- Magnetfeld einer Spule

Literatur: BERKELEY II, Kap. 6.5 (3. deutsche Auflage)
(ALONSO-FINN, Band II, Kap. 15.10, Bsp. 15.9)
- Kompensationsschaltung

Literatur: WESTPHAL, Physikalisches Praktikum, Aufg. 35
(WESTPHAL, Physik, Kap. 160)
- Wheatstonesche Brückenschaltung
Literatur: WESTPHAL, Physikalisches Praktikum, Aufg. 31

III. Theorie zum Versuch

a) Magnetfelder von kurzen Spulen

Wie Sie wissen, erzeugt jeder stromdurchflossene Draht ein Magnetfeld, das sich nach dem Biot-Savartschen Gesetz berechnen läßt. Für eine kreisförmige Leiterschleife folgt allein aus Symmetriegründen, daß auf der Mittelachse nur eine Feldkomponente B_Z in Richtung der Symmetrieachse auftritt.

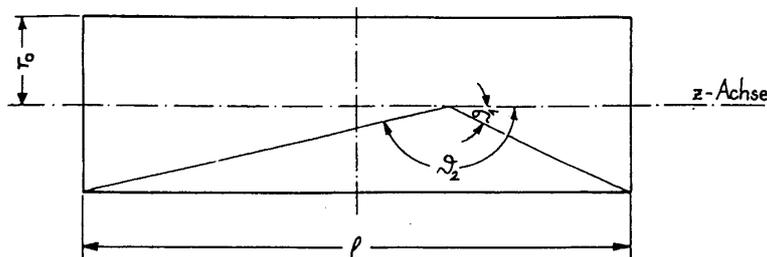
Eine Spule besteht nun aus einer Vielzahl dieser einzelnen Leiterschleifen. Das Feld auf der Achse erhält man durch Superposition der Magnetfelder der einzelnen Leiterschleifen. Das Gesamtfeld B_Z ergibt sich durch Aufsummation der Einzelfelder zu

$$B_Z = \frac{1}{2} \mu_0 I_S N (\cos \vartheta_1 - \cos \vartheta_2) \quad (1)$$

Für eine unendlich lange Spule ist $\vartheta_1 = 0$ und $\vartheta_2 = \pi$, so daß sich die Formel für die unendlich lange Spule ergibt zu

$$B_Z = \mu_0 I_S N \quad (2)$$

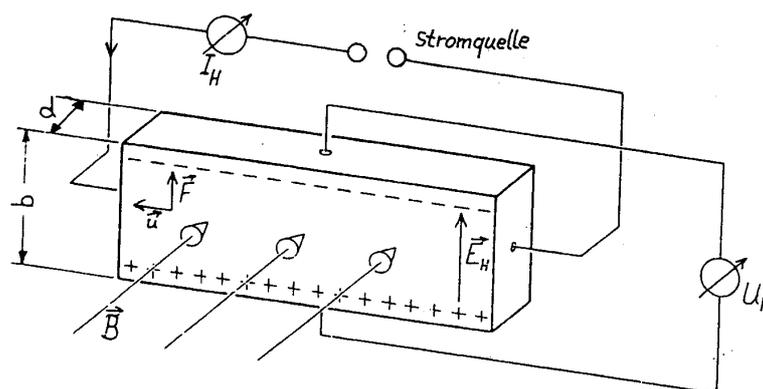
N = Anzahl der Windungen pro Längeneinheit Die Herleitung dieser Formel finden Sie im BERKELEY II, sie ist für den Versuch jedoch nicht notwendig.



Wann und in welchem Bereich kann eine Spule als unendlich lang angesehen werden?

b) Halleffekt

Fließt ein Strom durch einen Leiter, der sich in einem transversalen Magnetfeld befindet, so läßt sich senkrecht zum Strom und senkrecht zum Magnetfeld eine Potentialdifferenz, die Hallspannung, messen.



Dieser Effekt wird durch die Lorentzkraft erzeugt, die auf die Leitungselektronen wirkt und zu einer Konzentrierung der Elektronen auf einer Seite des Leiters führt. Im Gleichgewichtsfall — Lorentzkraft im Gegensatz zur elektrostatischen Abstoßung — gelten dann die folgenden Beziehungen:

$$e \bar{u} B = e E_H \quad (3)$$

- e ist die Elementarladung
- \bar{u} ist die mittlere Geschwindigkeit der Elektronen
- B ist die Magnetfeldkomponente senkrecht zum Strom
- E_H ist die elektrische Feldstärke durch den Halleffekt

Die mittlere Geschwindigkeit der Leitungselektronen läßt sich aus dem Strom berechnen:

$$I_H = n e q \bar{u} \quad (4)$$

- n ist die Anzahl der Leitungselektronen pro Volumeneinheit
- q ist der Querschnitt des Leiters

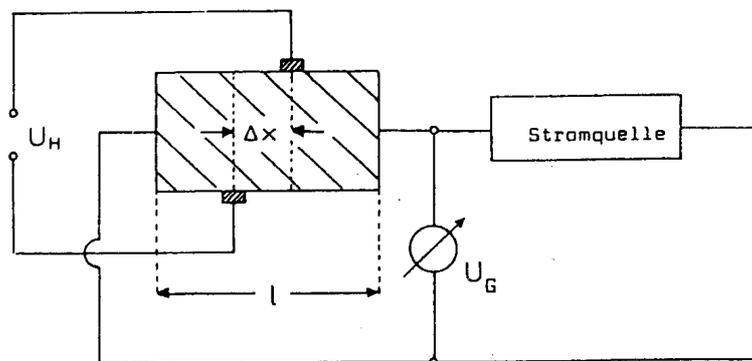
Dann ist also
$$U_H = b E_H = \frac{I_H}{neq} B b \quad (5)$$

oder
$$U_H = \frac{1}{ne} I_H B \frac{1}{d} \quad (6)$$

b ist die Breite und d die Dicke des betrachteten Leiters (also $q = b \times d$). Den Koeffizienten $1/ne = R_H$ nennt man Hallkonstante. Je dünner die leitende Schicht ist, um so deutlicher macht sich der Halleffekt bemerkbar. Die typische Schichtdicke beträgt bei Hallsonden 1 bis einige $10 \mu\text{m}$ (siehe auch Tabelle im Anhang). Durch Messung der Spannung U_H lassen sich Magnetfelder ausmessen, sofern die anderen Größen in der Gleichung 6 bekannt sind. Dazu ist es erforderlich, daß die Hallkonstante ermittelt wird, also die Hallsonde in einem bekannten Magnetfeld geeicht wird. Die Hallkonstante ist bei Metallen recht klein; bei Halbleitern und Legierungen wie Indium–Arsenid und Gallium–Arsenid jedoch besonders groß.

Material	Hallkonstante R_H in cm^3/As
Metalle	10^{-4}
Germanium	10^{+3}
Silizium	10^{+6}
Indium–Arsenid	14 – 30
Gallium–Arsenid	50 – 85

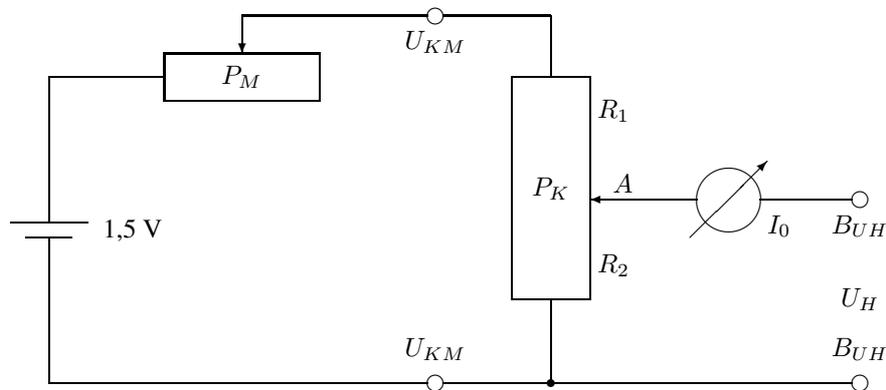
Reine Halbleiter wie Germanium und Silizium haben zwar eine sehr große Hallkonstante, aber einen sehr großen spezifischen Widerstand, d.h. die Hallsonde hat dann einen sehr großen Innenwiderstand. Für den technischen Einsatz besser geeignet sind Halbleiterverbindungen (z.B. aus Gallium, Arsen und Silizium), die zwar eine kleinere Hallkonstante haben, dafür aber einen kleineren Widerstand. Unsere Sonde besteht aus Indium-Arsenid (Typ SV231) oder Gallium-Arsenid (Typen KSY 10, 13, 14). An Ihrem Versuchsaufbau ist angegeben, welchen Hallsondentyp verwendet wird. Die technischen Daten finden Sie in der Tabelle im Anhang. Da der Innenwiderstand einer Hallsonde ist je nach Typ groß sein kann (der Effekt ist umso größer, je kleiner die Konzentration der Ladungsträger ist) bedarf es zur Messung der Hallspannung besonderer Vorkehrungen: wir messen die Hallspannung durch Kompensation. Im Normalfall messen Sie auch für $B = 0$ eine Hallspannung $U_0 \neq 0$. Diese Spannung kommt dadurch zustande, daß die Hallspannungsabgriffe an der Sonde nicht exakt symmetrisch angebracht sind:



Für $B = 0$ gilt $\frac{U_G}{l} = \frac{U_{HO}}{\Delta x}$ (7)

c) Kompensationsschaltung

Schaltungsprinzip:



- 1,5 V Batterie (1,5 V)
- P_M Potentiometer zur Einstellung der maximalen Kompensationsspannung
- U_{KM} Bananenbuchsen, an denen Sie die maximale Kompensationsspannung messen können
- P_K Präzisionspotentiometer mit Skala
- A Abgriff am Potentiometer P_K , der das Potentiometer in die Widerstände R_1 und R_2 aufteilt
- I_0 Nullpunktgalvanometer
- B_{UH} Anschlüsse für die Hallsondenspannung

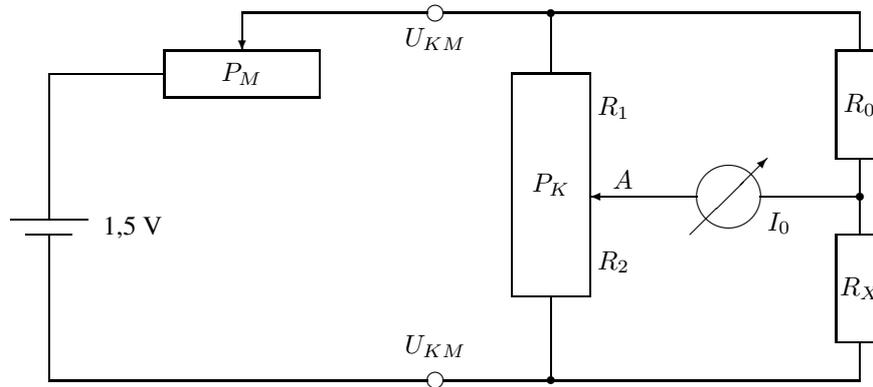
Mit dem Potentiometer P_M wird die maximale Kompensationsspannung U_{KM} so eingestellt, daß diese immer größer als die zu messende Hallspannung U_H ist. Sie regeln jetzt das Potentiometer P_K so ein, daß das Galvanometer I_0 keinen Strom anzeigt. Das Galvanometer besitzt einen Meßverstärker, so daß auch noch sehr kleine Ströme meßbar sind. Wenn aber kein Strom fließt, so muß gelten, daß die Potentialdifferenz am Widerstand R_2 genau gleich der zu messenden Hallspannung U_H ist. Aus dem Spannungsteilerverhältnis R_1 zu R_2 sowie U_{KM} kann jetzt die Hallspannung errechnet werden (Herleitung!):

$$U_H = U_{KM} \frac{R_2}{R_1 + R_2} \quad (8)$$

Der Vorteil dieser Meßmethode ist der, daß in diesem Fall kein Strom der Spannungsquelle U_H entnommen wird, also die Leerlaufspannung der Sonde gemessen wird.

d) Wheatstonesche Brückenschaltung

Schaltungsprinzip:



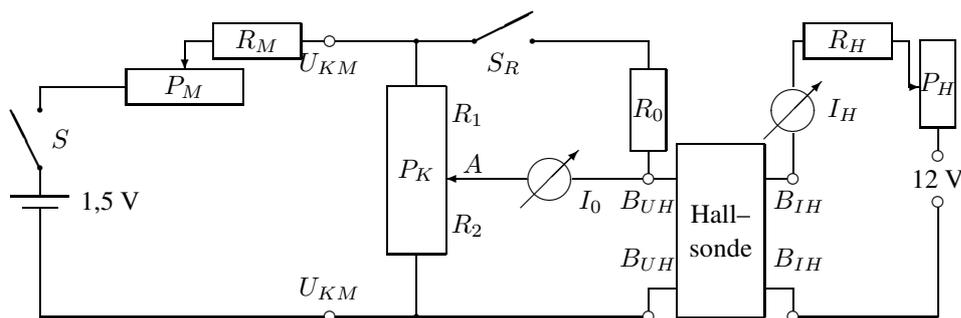
Die Kompensationsschaltung können Sie mit Hilfe des bekannten Widerstandes R_0 zu einer Brückenschaltung erweitern und dann den unbekannten Widerstand R_X ermitteln. Der Abgriff A teilt das Potentiometer in zwei Widerstände R_1 und R_2 . Regelt man das Potentiometer so ein, daß das Nullpunktgalvanometer I_0 keinen Strom anzeigt, so gilt

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_0}{R_X} \quad (\text{Herleitung!}) \quad (9)$$

Mit Hilfe dieser Formel und den Werten auf der Skala des Potentiometers können Sie R_X ermitteln. Überlegen Sie sich, wie man R_0 wählen sollte, damit die Messung von R_X möglichst genau wird.

IV. Versuchsdurchführung

1 Gesamtschaltbild:



- 1,5 V Batterie (1,5 V)
S Schalter für Batterie
P_M Potentiometer zur Einstellung der maximalen Kompensationsspannung
R_M Widerstand (zur Strombegrenzung für *P_M* und Batterie)
U_{KM} Bananenbuchsen, an denen Sie die maximale Kompensationsspannung messen können
P_K Präzisionspotentiometer mit Skala (100 Ω, 10 Umdrehungen)
A Abgriff am Potentiometer *P_K*, der das Potentiometer in die Widerstände *R₁* und *R₂* aufteilt
I₀ Nullpunktgalvanometer (mit Meßverstärker)
 Mit einem Taster (oben nicht eingezeichnet) neben dem Nullpunktgalvanometer können Sie dessen Empfindlichkeit um etwa den Faktor 10 erhöhen. Der Schalter *S* schaltet auch die Spannungsversorgung für den Meßverstärker ein (Signallampe neben dem Schalter leuchtet).
B_{UH} Anschlüsse für die Hallsondenspannung (in mehrpoliger Buchse)
R₀ Bekannter Widerstand (Wert siehe Versuchskästchen)
S_R Mit diesem Schalter fügen Sie den bekannten Widerstand *R₀* in den Stromkreis ein und vervollständigen so die Wheatstonesche Brücke
 12 V Buchsen für Spannungsquelle für den Hallstrom
P_H Potentiometer zur Einstellung des Hallstroms
R_H Vorwiderstand zur Begrenzung des maximalen Hallstroms
I_H Drehspulamperemeter zur Messung des Hallstroms
B_{IH} Anschlüsse für den Hallstrom (in mehrpoliger Buchse)

- Beachten Sie: Für die Versuchsteile (2) bis (4) **muß der Schalter *S_R* geöffnet sein** (ist auf dem Versuchskästchen beschriftet)!
- Mit dem Schalter *S* verbinden Sie die 1,5-V-Batterie mit dem Präzisionspotentiometer, außerdem wird der Meßverstärker des Nullpunktgalvanometers eingeschaltet (Lämpchen neben dem Schalter leuchtet). Bitte nach Versuchsende das Ausschalten nicht vergessen!

2 Vorversuche

- Schließen Sie die Spule an das Netzgerät an und stellen Sie einen Strom von 1 A ein. Achten Sie auf die richtige Polarität des Magnetfeldes, damit es keine negativen Hallspannungen gibt (siehe b)).
- Schließen Sie an die Buchsen mit der Bezeichnung **12 Volt für I-Hall** des Versuchskästchens die 12-Volt-Festspannungsquelle an. Achten Sie auf die angegebene Polarität (+ und -). Die Hallsonde kann zwar mit beliebiger Stromrichtung arbeiten. In Ihrem Versuchskästchen befindet sich aber ein weiteres Drehspulamperemeter für den Hallstrom, das keine negativen Ströme anzeigen kann. Außerdem würden Sie negative Hallspannungen bekommen, die Sie mit der gegebenen Schaltung nicht kompensieren können. Stellen Sie den maximalen Hallstrom ein (siehe Angabe auf Ihrem Versuchsaufbau! Je nach Sondentyp liegt der maximale Hallstrom zwischen 5 und 100 mA. Der Vorwiderstand *R_H* im Versuchskästchen begrenzt den Hallstrom auf zulässige Werte).
- Schieben Sie die Hallsonde in die Mitte der Spule. Stellen Sie dann eine maximale Kompensationsspannung so ein, daß bei dieser Anordnung die Hallspannung noch kompensiert werden kann und gleichzeitig eine leichte Umrechnung von Skalenteilen auf die Kompensationsspannung (zwischen Punkt *A* und

dem unteren Punkt U_{KM}) möglich ist. Die Potentiometerskala zeigt Ihnen das Verhältnis von R_2 zu $R_1 + R_2$. „0“ bedeutet $R_2 = 0 \Omega$, „10“ (oder 0,00 hinter 9,99) bedeutet $R_1 = 0$. Da sich die Spannung der Batterie im Laufe der Zeit verändern kann, sollten Sie U_{KM} öfter überprüfen und gegebenenfalls korrigieren.

3 Eichung der Hallsonde

- Bestimmen Sie den Ort der Hallsonde in der Spule, an dem die Hallspannung maximal ist. In diesem Punkt können Sie annehmen, daß eine unendlich lange Spule vorliegt. (Schätzen Sie die Winkel ϑ_1 und ϑ_2 aus Gleichung 1 ab und vergleichen Sie den gemessenen Wert des Magnetfeldes mit dem Wert nach Gleichung 2. Für N können Sie einen Wert von 13000/m annehmen; die Spule hat 10 Lagen mit etwa 1300 Windungen pro Meter).
- Messen Sie dort die Abhängigkeit der Hallspannung vom Magnetfeld, indem Sie den Spulenstrom variieren (0 bis 1 A) und das Magnetfeld nach Gleichung 2 berechnen.
- Bestimmen Sie nun aus dieser Messung die Hallkonstante der Sonde, (die Sondendicke d ist am Versuchsaufbau und in der Tabelle (letzte Seite) angegeben). Stellen Sie die Meßwerte graphisch dar. Beachten Sie, daß auch ohne Magnetfeld eine Hallspannung U_{HO} meßbar ist.
- Berechnen Sie aus der Hallkonstanten die Konzentration von freien Elektronen in Ihrem Sondenmaterial.
- Zeigen Sie, daß die Hallspannung linear vom Hallstrom abhängt. Messen Sie jeden Punkt mit und ohne Magnetfeld ($B = \text{const.}$)

4 Messung des Magnetfeldes einer kurzen Spule

- Stellen Sie wieder die Werte aus Versuch (2) ein und messen Sie das Feld der Spule auf der Symmetrieachse aus.
- Vergleichen Sie die Meßwerte an einigen Stellen mit dem Ergebnis aus Gleichung 1.

5 Messung des Widerstandes der Hallsonde

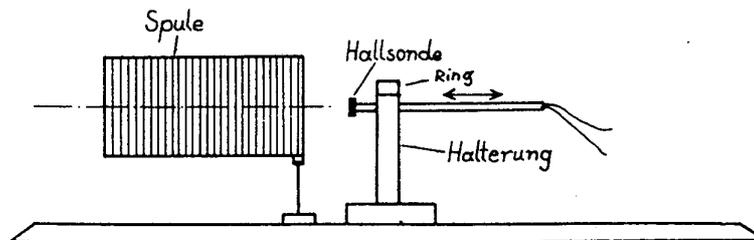
- Bauen Sie eine Wheatstonesche Brückenschaltung mit Ihrer Meßapparatur auf. Dazu schließen Sie den Schalter S_R . Schalten Sie den Hallstrom aus (stöpseln Sie die Spannungsquelle für den Hallstrom ab)!
- Die Spannung U_{KM} hat sich nun deutlich verringert (warum?). Überlegen Sie sich, ob Sie das korrigieren und/oder in Ihrer Rechnung berücksichtigen müssen.
- Bestimmen Sie nun den (Innen-)Widerstand Ihrer Hallsonde. Der Wert des bekannten Widerstandes R_0 ist auf dem Versuchskästchen angegeben.
- Sie können annehmen, daß der Widerstand, den die Hallsonde für den Hallstrom darstellt, etwa so groß wie der gerade bestimmte Innenwiderstand ist. Welche Spannung U_G (siehe Gleichung 7) fällt somit bei maximalem Hallstrom an der Sonde ab? Berechnen Sie aus der Spannung U_{HO} , die Sie bei maximalem Hallstrom gemessen haben, mit Hilfe von Gleichung 7 die Strecke Δx , um die die Hallspannungsabgriffe versetzt sind. Für die Länge der Hallsonde l können Sie die Werte der Tabelle (letzte Seite) annehmen.

Anhang A

Geräteliste:

- 1 Versuchsaufbau mit Spule und Hallsonde
- 1 Versuchskästchen dazu
- 1 Festspannungsquelle (12 V) für Hallstrom
- 1 regelbares Netzgerät für Spulenstrom
- 1 Meßgerät für Spulenstrom
- 1 Meßgerät für max. Kompensationsspannung U_{KM}

Versuchsaufbau:



Sie können die Hallsonde in Pfeilrichtung in der Halterung verschieben, wenn Sie den Kunststoffring an der Oberseite der Halterung lösen (Grobpositionierung der Sonde am Versuchsbeginn). Die Halterung selbst ist auf einem Meßschieber montiert, hiermit können Sie die Sondenposition einstellen und ablesen.

Technische Daten der Hallsonden

Hallsondentyp	SV 231	KSY 10,13,14	HE144
Material	InAs	GaAs	GaAs
max. Hallstrom	200 mA	7 mA	10 mA
Nenn-Hallstrom I_N	100 mA	5 mA	1 mA
Leelaufhallspannung bei $B = 0,1$ T und I_N	≥ 70 mV	85 ... 145 mV	18 ... 36 mV, typ. 20 mV
Leerlaufempfindlichkeit	≥ 7 V/AT	170 ... 290 V/AT	180 ... 360 V/AT
Innenwiderstand	15 ... 45 Ω	900 ... 1200 Ω	900 ... 1700 Ω
Nullspannung U_0 bei $B = 0$ und I_N	um 10 mV, evtl. auch größer	unter 30 mV	unter 12 mV typ. 10 mV
Länge l der Sonde	8 mm	ca. 0,35 mm	siehe KSY 10,13,14
Breite b der Sonde	4 mm	ca. 0,35 mm	siehe KSY 10,13,14
Dicke d der Sonde	2 - 3 μm	ca. 0,3 μm	siehe KSY 10,13,14