



Einführungsveranstaltung zum physikalischen Grundpraktikum

Peter Kind (Technik, kind@uni-wuppertal.de, -3514)

Peter Knieling (Appl. Sci., knieling@uni-wuppertal.de, -2749)

Benjamin Bornmann (Bach. Phys., bornmann@uni-wuppertal.de, -3104)

- Organisation
- Sicherheit
- Grundlagen des Experimentierens
- Versuchsprotokoll
- Fehlerrechnung



Bachelor Physik Studienplan nach PO2019:

Studieneinstieg Wintersemester – PO2019									
1	Klass. Mech. & Wärme EP1: V4+Ü2 7	Anfänger-Praktikum 1 AP1: P3 4	Mathematik für Physiker MP: V4+Ü2 6	Analysis 1 G.Ana1: V4+Ü2 9	Einf Stat u ang Info ESI: V2+Ü2 6				32
2	Elektromagnetismus & Wellen EP2: V4+Ü2 7	Anfänger-Praktikum 2 AP2: P3 4		Analysis 2 G.Ana1: V4+Ü2 9	Lineare Algebra 1 LA1: V4+Ü2 9				29
3	Atom- und Quantenphysik EP3: V4+Ü1 7	Elektronik-Praktikum EP: V2+P2 5	Theoretische Mechanik TP1: V4+Ü2 9				Wahlmodul G.Ana3: V4+Ü2 6		27
4	Kern & Teilch., Festk.-Physik EP4 V4+Ü1 7 EP5: V3+Ü1 6	Projekt-Praktikum PP: P4 4	Elektrodynamik & Spez. Rel TP2: V4+Ü2 9		Mathe. Methoden MMP: V3+Ü1 6				32
5		Fortgeschrittenen-Praktikum FP: V1+Ü1+P3 7	Quantenmechanik TP3: V4+Ü2 9	Vertiefungsmodul BV: V4 6	Physikalisches Seminar PS: S2 3		Wahlmodul BWiWi 1.(1,2,3,4,5,6) 6		31
6			Statistische Physik TP4: V4+Ü2 9		Bachelor Seminar BS: S2 2	Bachelor Thesis BT: P10 12	Wahlmodul BWiWi 1.(1,2,3,4,5,6) 6		29
									180

- Experimentalphysik: 34 Punkte
- Theoretische Physik: 36 Punkte
- Mathematik: 37 Punkte
- **Praktika: 29 Punkte**

- 8-10 Versuche je nach Studiengang
- Aufteilung in Gruppen mit maximal zehn Teilnehmern
- Je zwei (drei) Studenten führen Experimente gemeinsam durch (d.h. Durchführung, Auswertung, Protokoll)
- **Durchführung der Experimente: Räume in D.11**
- **Abgabe der Protokolle: bis 24 h vor nächstem Versuch**
- Abschlussprüfungen: Mündliche Prüfung (ca. 30 min, **Ende Ferien**, nach AP I, AP II und AP 2)
- Ansprechpartner für Organisation/Technik:

Peter Kind	(Raum D.08.09b,	Tel.: -3514,	kind@uni-wuppertal.de)
Peter Knieling	(AP I/II, Raum D.07.13,	Tel.: -2749,	knieling@uni-wuppertal.de)
Benjamin Bornmann	(AP 1/2, Raum U.08.15,	Tel.: -3104/-3102,	bornmann@uni-wuppertal.de)
+ Praktikumsassistenten			

Mechanik

EF: Einführung / Massendichte

M3: Elastizitäts- & Torsionsmodul

M15: einfache und gekoppelte Pendel

Elektronik

E1: Drehspulinstrument

E2: Hall-Effekt

Optik

GO1: Abbildung durch Linsen & Linsenfehler

GO2: Optische Instrumente

Thermodynamik

T3: Spezifische Wärme & Schmelzwärme

Elektrizitätslehre

E2: Hall-Effekt

E9: Elektronenstrahlen

Atome und Quanten

AP1: Millikan-Versuch

AP2: Planck'sches Wirkungsquantum

AP4: Franck-Hertz-Versuch

AS1: Atomspektren

Optik

WP1: Polarisation von Licht

WO3: Beugung und Interferenz

Mechanik

EF: Einführung

M15: Physikalisches Pendel, gekoppelte Pendel

M3: Elastizitäts- & Torsionsmodul

M4: Eigenschwingungen auf einem Draht

Elektrizitätslehre

E1: Drehspulinstrument

E3: Elektronen in el.-mag. Feldern

EP2: Diode

EP3: Transistor

EP4: Operationsverstärker

Thermodynamik

T3: Spezifische Wärme & Schmelzwärme

- Die Praktikumpartner müssen **beide vorbereitet zu den Experimenten erscheinen**.
 - Praktikumsassistenten prüfen dies im Rahmen einer Vorbesprechung.
- **Nicht ausreichend vorbereitete Praktikanten:**
 - **1. Vorfall:** Ermahnung, anstehender Versuch darf ausnahmsweise durchgeführt werden.
 - **2. unvorbereitetes Auftreten:** Studenten dürfen am Versuchstag **nicht am Praktikum teilnehmen**, und müssen sich beim Leiter des Praktikums persönlich einen **Ersatztermin für Durchführung** zuteilen lassen.
Bei diesem Termin: **Erneute Prüfung der Vorbereitung**.
 - **3. unvorbereiteter Auftritt:** Student kann von der weiteren Teilnahme am Praktikum **ausgeschlossen** werden (keine ausreichende Prüfungsleistung nach §14 Prüfungsordnung), d.h. **keine entsprechende Leistungsbescheinigung**.
- Abwesenheit nur im **Falle einer Krankheit (ärztliches Attest!)**
 - **maximal ein Versuch** des Praktikums darf versäumt werden.
 - **mehrere Versuche** müssen ggfs. später **nachgeholt** werden.
 - Fehlen aus anderen Gründen nur in Ausnahmefällen nach Absprache möglich. Wiederholung kann sich verzögern.
- Zwei Protokolle schlechter 4.0 möglich, **jedes weitere muss neu geschrieben werden**.

Praktikum AP I für BA of Appl. Sc.			Praktikum AP2 für BA of Physics	
Gruppe 1 Mo-Do Vormittags	Gruppe 2 Mo-Do nachmittags	Gruppe 3 Di-Fr Vormittags	Gruppe 4 Mo-Do Vormittags	Gruppe 5 Mo-Do Nachmittags
0307	4664	3387	2796	9400
7317	0043	4609	3312	2076
5357	0099	6664	9060	1506
6350	0727	4334	3913	0086
1161		2414	1453	3485
9321	8238 (Gr. 6 AP1)	3980	0119	7520
9420		0285	6640	1088
1563			7567	4960

Der aktuelle Zeitplan steht auf der Praktikumsseite: <http://www.atlas.uni-wuppertal.de/~kind/APPRAK.HTML>

vormittags = 9.00 Uhr (s.t.!) bis 13 Uhr, nachmittags = 14.00 Uhr (s.t.!) bis 18 Uhr. Die Versuche finden in den Räumen der Ebene D 11 statt.

In der Zeit nach den Versuchen finden die mündlichen Prüfungen zum Praktikum statt.

Praktikum AP I für Bachelor of Applied Science

Wochentag	Mo	Di	Mi	Do	Fr	Mo	Di	Mi	Do	Fr	Mo	Di	Mi	Do	Fr	Mo	Di	Mi	Do	Fr	Mo	Di	Mi	Do	Fr	Mo	Di	Mi	Do	Fr
Gruppe	8.8.	9.8.	10.8.	11.8.	12.8.	15.8.	16.8.	17.8.	18.8.	19.8.	22.8.	23.8.	24.8.	25.8.	26.8.	29.8.	30.8.	31.8.	1.9.	2.9.	5.9.	6.9.	7.9.	8.9.	9.9.	12.9.	13.9.	14.9.	15.9.	16.9.
1	BA Apl-Sc M+D vorm.	EF 12		T3 12		M3 12			M15 12		M4 12			E1 12		E3 12			EP2 12		EP3 12			EP4 12						
2	BA Apl-Sc M+D nachm.	EF 12	U	T3 12		M3 12	U		M15 12	U	M4 12	U		E1 12	U	E3 12	U		EP2 12	U	EP3 12	U		EP4 12	U					
3	BA Apl-Sc D+F vorm.		EF 12		T3 12		M3 12			M15 12		M4 12			E1 12		E3 12		EP2 12		EP3 12			EP4 12						

Praktikum AP1 für Bachelor of Physics

für Bachelor, die das als erstes Praktikum machen, vorgesehen unmittelbar nach dem ersten Semester - fett und blau markierte Termine = nachmittags zusammen mit Gruppe 2 (Ba. Apl. Sc) bzw. im Raum des AP2

Wochentag	Mo	Di	Mi	Do	Fr	Mo	Di	Mi	Do	Fr	Mo	Di	Mi	Do	Fr	Mo	Di	Mi	Do	Fr	Mo	Di	Mi	Do	Fr	Mo	Di	Mi	Do	Fr
Gruppe	8.8.	9.8.	10.8.	11.8.	12.8.	15.8.	16.8.	17.8.	18.8.	19.8.	22.8.	23.8.	24.8.	25.8.	26.8.	29.8.	30.8.	31.8.	1.9.	2.9.	5.9.	6.9.	7.9.	8.9.	9.9.	12.9.	13.9.	14.9.	15.9.	16.9.
6	BA Phys M+D vorm.	EF 12		E2 Gr4o5	T3 Gr3	M3 12			M15 12			-		E1 12						→	GO1 04/05	→	GO2 04/05							

Praktikum AP2 für Bachelor of Physics

für Bachelor, die bereits das erste Praktikum AP1 gemacht haben, vorgesehen nach dem zweiten Semester

Wochentag	Mo	Di	Mi	Do	Fr	Mo	Di	Mi	Do	Fr	Mo	Di	Mi	Do	Fr	Mo	Di	Mi	Do	Fr	Mo	Di	Mi	Do	Fr	Mo	Di	Mi	Do	Fr
Gruppe	8.8.	9.8.	10.8.	11.8.	12.8.	15.8.	16.8.	17.8.	18.8.	19.8.	22.8.	23.8.	24.8.	25.8.	26.8.	29.8.	30.8.	31.8.	1.9.	2.9.	5.9.	6.9.	7.9.	8.9.	9.9.	12.9.	13.9.	14.9.	15.9.	16.9.
4	BA Phys M+D vorm.			E2 04/05		WP1 04/05			WO3 04/05		AP1 04/05			AP2 04/05		AP4 04/05			AP9 04/05		AS1 04/05									
5	BA Phys M+D nachm.		U	E2 04/05	U	WP1 04/05	U		WO3 04/05	U	AP1 04/05			AP2 04/05		AP4 04/05	U		AP9 04/05	U	AS1 04/05	U								

Die Kurzbezeichnungen der Versuche:

EF = Einführungsveranstaltung

E1 = Drehspulinstrument	GO1 = Abbildung durch Linsen und Linsenfehler	AP1 = Messung der Elementarladung - Der Millikan'sche Öltröpfchenversuch
E2 = Der Halleffekt	GO2 = Optische Instrumente	
E3 = Elektronen im elektrischen und magnetischen Feld	WP1= Polarisierung von Licht	AP2 = Bestimmung des Planck'schen Wirkungsquantums - Der photoelektrische Effekt
E45 = RCL-Kreis usw.	WO3 = Beugung und Interferenz von Lichtwellen	
EP2 = Die Diode *)	M15 = Physikalische und gekoppelte Pendel	AP4 = Inelastische Streuung - Das Franck-Hertz-Experiment
EP3 = Der Transistor *)	M3 = Elastizitäts- und Torsionsmodul	AP9 = Versuchsteile aus E3 (Elektronen im elektrischen und magnetischen Feld) und AP8 (Elektronenstrahlen)
EP4 = Der Operationsverstärker *)	M4 = Eigenschwingungen auf einem Draht	
	M5 = Gekoppelte Pendel	AS1 = Atomspektren
*) Apl. Sc. machen einzelne Versuche (EP2, EP3, EP4) aus dem Programm des Elektronikpraktikums		T3 = Spezifische Wärme und Schmelzwärme

Besonderheiten zum Coronavirus (nach aktuellem Stand):

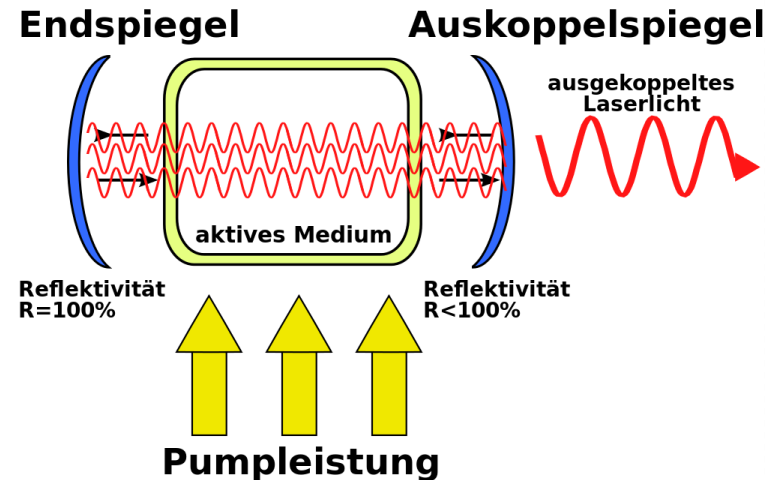
- Es gelten die jeweils aktuellen Uniregeln, zudem
- Maximal 3 Gruppen pro Raum (Abstand der Gruppen), ggfs. Aufteilung auf zwei Räume
- Lüften der Räume, Raumluftfilter
- Aktuelle Informationen auf der Uni Website beachten!

Umgang mit teilweise gefährlicheren Gerätschaften

- Hochspannungsquellen
- LASER
- **Rechtlich zwingend:** Sicherheitsbelehrung!

LASER (Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation)

- Monochromatisch
- Kohärenz
- Geringe Divergenz
- hohe Energiedichte
- Wellenlängen vom IR bis zu UV (X-ray)
- kontinuierlich oder gepulst (μs , ns, ps, fs)
- Leistungen von <mW bis >kW



Hochspannung

- Teilweise auf Bananenkabeln
- Netzteile ausschalten, dann verkabeln
- Schaltungen von Betreuer **prüfen lassen**
- **Nie einschalten bevor nicht alles verkabelt ist**
- **Keine Kabel abziehen, solange NT eingeschaltet**

Sorgfältiges Arbeiten, nicht nur beim Umgang mit Lasern, Hochspannungsgeräten, ...

Seien Sie sich der Gefahren bewusst, lassen Sie keine Routine einkehren.

**Trinken in den Praktikumsräumen gestattet; Kaffee/Soft etc. bitte in geschlossenem Behälter
Essen nur außerhalb.**

Bedienung der Geräte nur mit sauberen Händen.

Peter Kind, Technik/Organisation

- 3514, Raum D.08.09b

kind@physik.uni-wuppertal.de

Peter Knieling, AP I/II

-2749, Raum D.07.13

knieling@uni-wuppertal.de

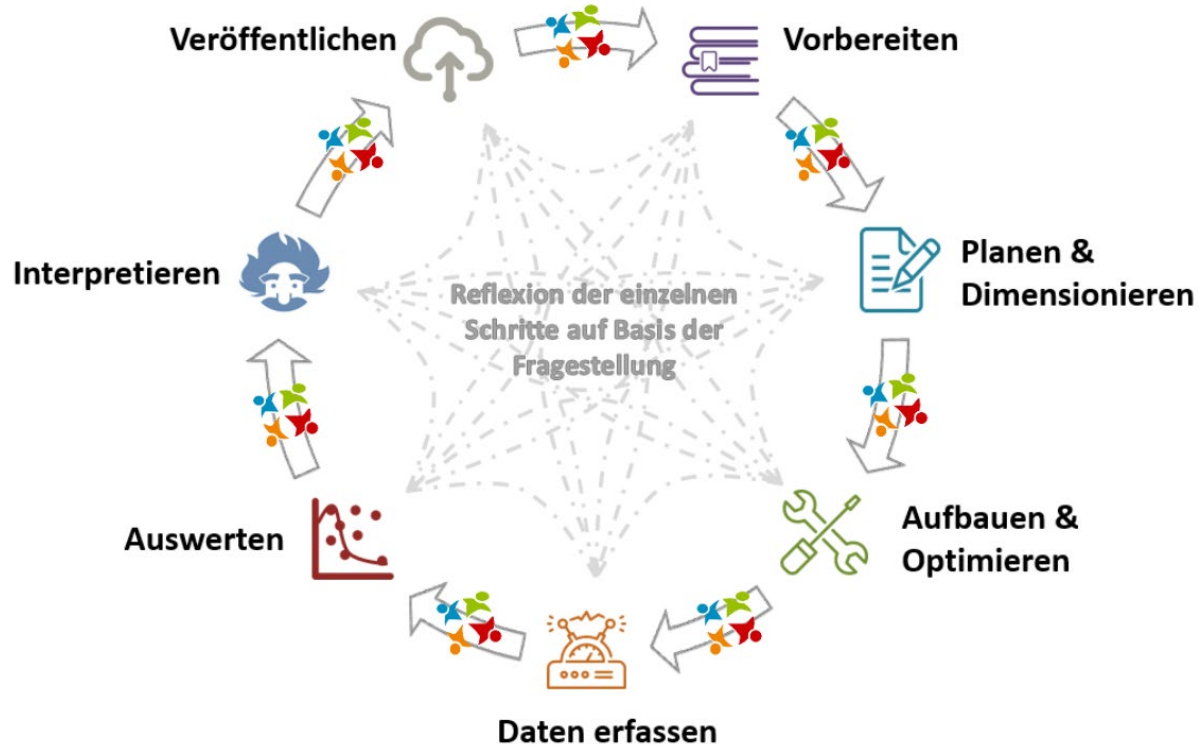
Benjamin Bornmann, AP 1a/1b

-3104 oder -3102, Raum U.08.15

bornmann@uni-wuppertal.de

Grundlagen des Experimentierens

Versuchsprotokoll



Ziel dieses Praktikums

- ... ist es **nicht** Bekanntes besonders genau nachzumessen,
- sondern zu Lernen, wie man richtig und gut experimentiert
 - präzises Messen
 - Bewusstsein für Fehlerquellen / beeinflussenden Größen entwickeln
 - Erfahrung mit physikalischen Messgrößen und deren üblichen Größenordnungen sammeln
 - Wie misst man diese Größen (Spannung, Strom, Lichtstärke, Temperatur, Kraft, Zeit, ...) und Größenordnungen (A, μ A, pA, ...)?
 - gute Beschreibung / Dokumentation / Verständlichkeit auch für Dritte
- Versuchsaufbauten im AP sind nicht ideal
 - dies ist bewusst gewählt und auch gut so
 - auch „professionelle“ Experimente sind **nie** ideal
 - gute Geräte sind
 1. auch nicht fehlerfrei (Bewusstsein für Fehler geht aber ggfs verloren)
 2. kompliziert zu bedienen (klein anfangen)
 3. teuer
 - Übung macht den Meister (Auf Knopf drücken -> Ergebnis: sinnlos)

Vorbereitung

- **Versuchsanleitungen herunterladen und durcharbeiten**
 - Grundlagen, Theorie: Worum geht es in dem Experiment?
siehe „Vorkenntnisse“
- bei Bedarf angegebene Literatur durcharbeiten
- Welche Größen sind entscheidend für das Experiment?
- Welche physikalischen Gesetzmäßigkeiten?
- Voraussetzungen, Annahmen für diese Gesetzmäßigkeiten

siehe: <http://www.atlas.uni-wuppertal.de/~kind/APPRAK.HTML>

Protokoll vorbereiten (Details später)

- Theorieteil erstellen
- Sofern möglich Aufbau/Durchführung beschreiben
- Tabellen für Auswertung vorbereiten (gemessene Größen, berechnete Größen, Einheiten, Fehler)
- Graphen entwerfen?

Versuch M1

Harmonische Schwingungen Das Physikalische Pendel

9.05

I. Zielsetzung des Versuchs

In diesem Versuch sollen Sie die Eigenschaften des physikalischen Pendels untersuchen. Dazu messen Sie die Schwingungsdauer T in Abhängigkeit von der Massenverteilung des Pendels und dem maximalen Auslenkwinkel ϕ_0 . Charakteristische Größen für die Massenverteilung sind das Trägheitsmoment θ und die Richtgröße D .

Weiterhin sollen Sie sich darüber klar werden, warum man das physikalische Pendel bei kleinen Auslenkwinkeln durch den harmonischen Oszillator annähern kann.

II. Vorkenntnisse

a) **allgemeine Vorkenntnisse:**

Harmonischer Oszillator mit seiner Schwingungsgleichung und deren Lösung, gedämpfte Schwingungen, Güte.

Dynamik eines starren Körpers: Pendelbewegung, Trägheitsmoment, Steinerscher Satz.

Literatur:

Jedes Lehrbuch der Physik: z. B.:

Alonso-Finn, Band 1;

Berkeley, Band 1;

Bergmann-Schäfer, Band 1;

Gerthsen.

b) **spezielle Literatur zum Versuch:**

Westphal, Physikalisches Praktikum, Aufgabe 9

c) **Fehlerrechnung:**

Westphal, Physikalisches Praktikum, Kap. 8, 9, 10

■ Messung verstehen

- Welche Größe messe ich (**Strom**)?
- Welche Größen gebe ich vor (**Spannung**)?
- Was beeinflusst die Messung (**Temp., Vorwiderstand**)?
- Wie messe ich das und warum so?

■ Experiment wie in Anleitung beschrieben aufbauen

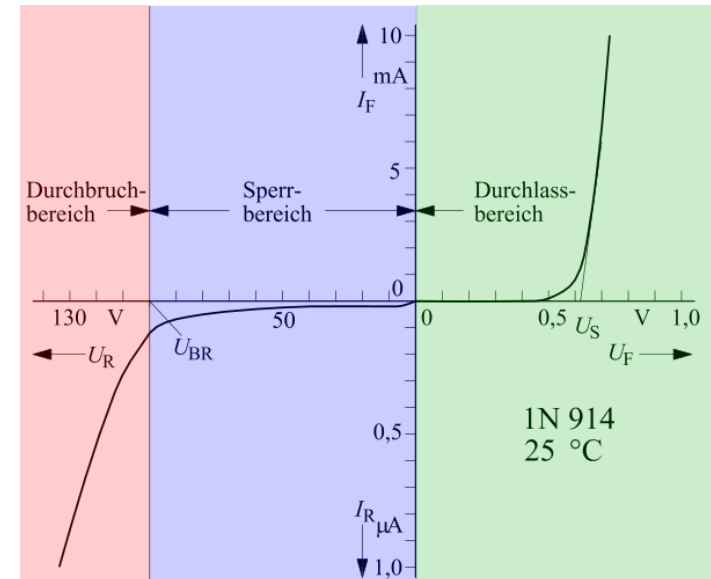
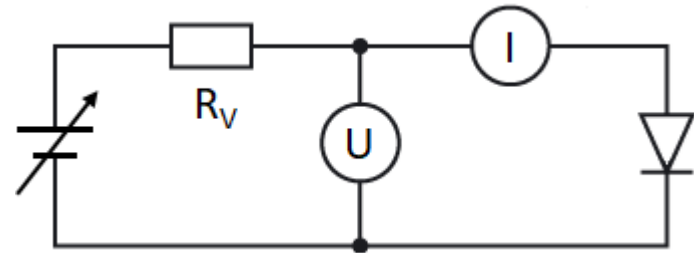
- Welche Geräte werden benötigt und warum?
 - Netzteil (Spannungsbereich)
 - Amperemeter (Messbereich)
 - Voltmeter (Messbereich)
 - Vorwiderstand (Wert, Leistung)

■ Versuch durchführen

- Messbereich sinnvoll wählen (hier z.B.: 0 - 0.8 V)
- Anzahl Messwerte (Auflösung, Statistik, ...)
- Messgenauigkeit

■ Ergebnis sinnvoll?

- Verstand einschalten!
- Plotten, (Fitten, Auswerten)
- Messwerte ins Protokoll



Eine Messung ist **nie** beliebig genau

- Es hat nichts mit einer falschen Messung zu tun, wenn die Messung vom „wahren Wert“ abweicht
(Fehler -> Messunsicherheiten/Abweichungen)
- Fehler: **Falsches Ablesen des Messgeräts, Ungenaues Messgerät (immer), äußere Einflüsse (minimieren)**
=> alle äußeren Einflüsse auf das Ergebnis minimieren oder ausschalten

Ideales Experiment:

Alle physikalischen Größen (bis auf die zu untersuchende) werden konstant gehalten!

Beispiele:

- Thermostat: Hält T der Umgebung konstant
- Streulicht, Luftzug usw.
- Abschirmungen äußerer elektrischer/magnetischer Felder

- **Einleitung**, worum geht es in dem Versuch, was soll wie gemessen werden?
- **Theorie** soweit zum grundlegenden Verständnis nötig
- **Aufbau**
 - **Bilder/Zeichnungen** helfen sehr - Handy etc. ist gestattet
 - **Versuchsgeräte beschreiben** (z.B. Digitalmultimetertyp, Anzeige mit x Stellen, Genauigkeit, ...)
- **Durchführung skizzieren**
- **Ergebnisse**
 - **Messwerte sofort ins Protokoll aufnehmen** (Tabellen vorbereiten)
 - **Physikalische Größe = (Maßzahl \pm Fehler) Maßeinheit**
 - verwendete Konstanten angeben
- **Auswertung** sollte sich hier direkt anschließen

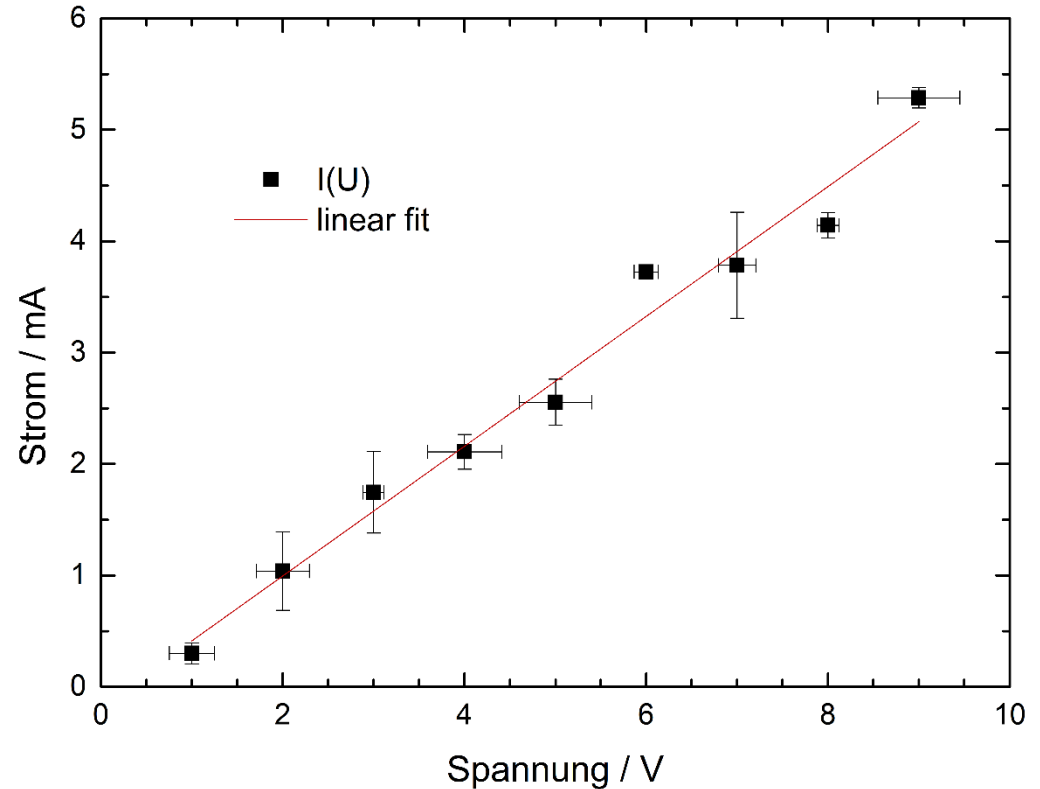
Grafiken (Unterschrift, Foto/Skizze/..., was ist zu sehen?, in Abbildung markieren, Punkt am Ende):
„**Foto des Versuchsaufbaus mit optischer Bank, Fokussierungslinse und Leinwand.**“

Tabellen (Überschrift, keine unsinnigen Genauigkeiten, Punkt am Ende)

Graphen (Unterschrift, was ist zu sehen, Variablen erklären, Punkt am Ende):
„**Diodenstrom I_D in Abhängigkeit der angelegten Spannung mit Vorwiderstand R_1 .**“
- **Zusammenfassung / Fazit** am Ende (**Vgl. auch Einleitung!**)

Ziel ist es **nicht** den wahren Wert möglichst gut zu treffen, sondern das Vorgehen, Messen und die Auswertung sauber zu beschreiben und etwaige Probleme und Fehler dann schlüssig zu erklären! („gut geklappt und Wert getroffen“).

- **Achsenbeschriftungen**
 - Größe und Einheit
 - Sinnvolle Skalierung und Einteilung
- i.d.R. **Messwerte als Punkte**,
keine zusammenhängende Linie
- **Fehlerbalken in x und y**
- **Fitfunktion ggfs. farblich abheben**
- **Legende** bei mehr als einer Kurve
- **Grid i.d.R nicht notwendig**
- **Keine Excel-Plots!**



- LaTeX (Textsatz)
 - Alternative: Word o.Ä.
- Python (Programmierung, Plotten)
 - Kommandozeile
- SciDAVis (Plotten)
 - GUI

TeXmaker: <https://www.xm1math.net/texmaker/>

MikTeX: <https://miktex.org/download>

Anaconda: <https://www.anaconda.com/distribution/> -> Version 3.7

Abgabe des Protokolls

Per Mail an die Betreuer

- http://www.atlas.uni-wuppertal.de/~kind/Bewertungsschema_Formular_AP.PDF

Bewertungsschema

Namen: _____ Versuch: _____

Praktikum: _____

Betreuer: _____

Leistung	Punkte Max.	Punkte
Einleitung & Fazit	5	
Theorie und Beschreibung des Versuchs (Worum geht es eigentlich?)	10	
Qualität der Messung (Ausreichend Daten? Daten im richtigen Bereich? Sinnvoll gewählter Messbereich?)	20	
Auswertung und Fehlerrechnung	20	
Interpretation und Darlegung der Ergebnisse	20	
Form und Darstellung	15	
Sonstiges (Grammatik & Rechtschreibung, Einheiten, Unsauberkeiten; Abzug nach Bedarf)	10	
Bonus	(10)	
Gesamt	100	0
Note	n. b.	
Unterschrift Betreuer		

Notenschlüssel

Note	Note gerundet	Punkte
1,0	1	≥ 95
1,3		≥ 90
1,7	2	≥ 85
2,0		≥ 80
2,3		≥ 75
2,7		≥ 70
3,0	3	≥ 65
3,3		≥ 60
3,7		≥ 55
4,0	4	≥ 50
5,0		< 50

Peter Kind, Technik/Organisation

- 3514, Raum D.08.09b

kind@physik.uni-wuppertal.de

Peter Knieling, AP I/II

-2749, Raum D.07.13

knieling@uni-wuppertal.de

Benjamin Bornmann, AP 1a/1b

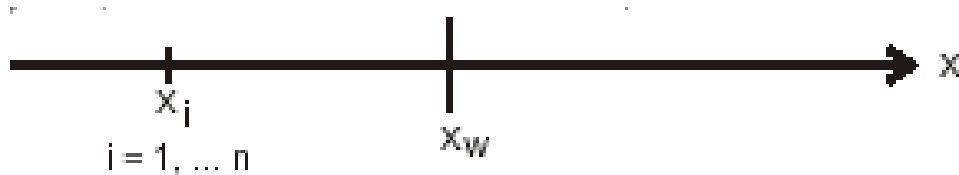
-3104 oder -3102, Raum U.08.15

bornmann@uni-wuppertal.de

Fehlerrechnung

Systematische Störungen des Experiments

- Maßstab/Lineal etc. hat nicht exakt die angegebene Länge
- Spannung des Netzteils, Wert eines Widerstands, ... zu hoch/niedrig
- Bestimmung der Schmelzwärme von Eis (T3): Eis kühlt erwärmtes Wasser ab. Messung $T(t)$.
System gibt aber auch Wärme an Umgebung ab \Rightarrow Extrapolation des Wärmeverlusts



Systematischer Fehler

Verfälschung der Messgröße in eine Richtung

Unsystematische Störungen:

Wiederholung einer Messung, immer geringfügige Variationen: **Zufallsfehler**

Ursachen: Unsystematische Schwankungen der Versuchsbedingungen,
Reibung in mechanisch bewegten Messinstrumenten (Zeigerinstrumente),
Justier- & Ablesefehler, ...

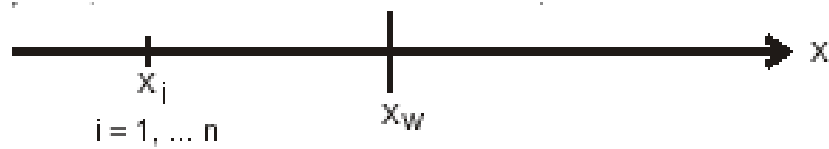


Zufälliger Fehler

Gleiche WK für Messung größeren/kleineren Wert

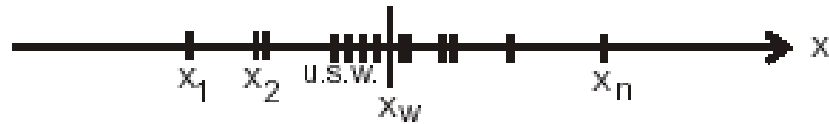
Ziel jeder Messung x_i :

Bestimme den wahren Wert x_w einer (physikalischen) Größe



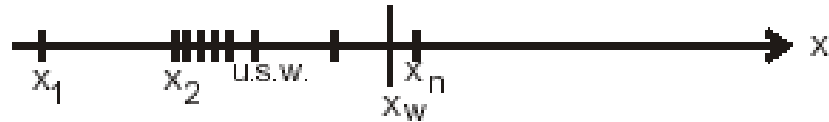
Systematischer Fehler

(Verfälschung in eine Richtung)



Zufälliger Fehler

(Gleiche WK für Messung größeren/kleineren Wert)



Kombination beider Fehlertypen

Aufgabe der Fehlerrechnung

- Bestimmung des besten Schätzwerts \underline{x} aus endlicher Menge Messwerte
- Angabe der Unsicherheit $\underline{x} \pm m$

Theorie

Führe unendliche Anzahl von Messungen durch & bestimme x_w mit Fehler m

Realität

Nur *endliche* Stichprobe (Anzahl Messungen) im Experiment möglich

Deshalb

Wahres Maximum (x_w) der Messwertverteilung und Standardabweichung (m) **nicht bestimmbar**

Berechnung von Näherungswerten

Mittelwert \bar{x} und mittlerer Fehler \bar{m} einer (endlichen) Stichprobe

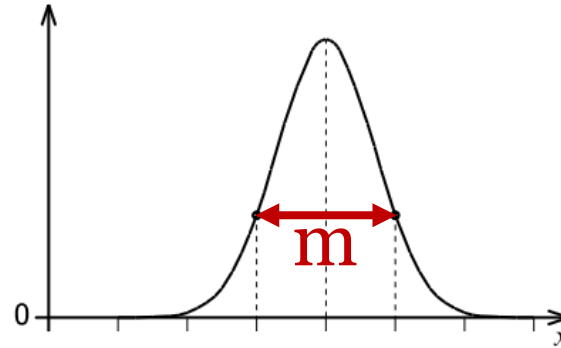
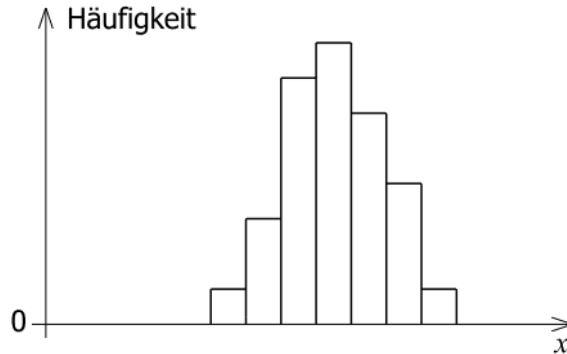
Gaußsches Prinzip der kleinsten Fehlerquadrate

Die beste Näherung an den wahren Wert ist für eine endliche Zahl von Messungen der Wert, bei dem die Summe der Fehlerquadrate minimiert wird!

Arithmetischer Mittelwert: $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$

Varianz m^2 : $m^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{(n-1)}$

Varianz m^2 entspricht: $(\sum \text{Fehlerquadrate}) / (\# \text{ Messungen} - 1)$



- **Standardabweichung m** charakterisiert die Abweichung einer Einzelmessung vom Mittelwert:
Einzelmessung liegt mit der Wahrscheinlichkeit von 68.3% im Intervall $\pm m$ um den Mittelwert
- Verteilung der Einzelmessungen unabhängig von Zahl der Messungen
=> Bei hinreichend großer Zahl Messungen ist m konstant ($m \approx \sigma$)

Unsicherheit des Mittelwertes in Bezug auf den wahren Wert: **Standardabweichung des Mittelwertes** \bar{m} :

$$\bar{m} = \frac{m}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n(n-1)}}$$

Charakterisiert Fehler des Mittelwerts: **Wahrer Wert liegt mit 68.3% WK im Intervall** $\bar{x} \pm \bar{m}$

Auch bei großer Standardabweichung des Einzelwertes: hohe Genauigkeit des Mittelwerts erreichbar

Relativer / absoluter Fehler:

Bessere Vorstellung über die Genauigkeit des Mittelwerts: relativer Fehler $\overline{m}_{rel} = \frac{\overline{m}}{\overline{x}}$

Beispiele:

Absoluter Fehler einer Längenmessung sei $\overline{m} = 1 \text{ mm}$

Messstrecke = 1000 mm, **relativer Fehler = 1/1000 = 0.1%**

Messstrecke = 10 mm, **relativer Fehler = 1/10 = 10%**

Fehlerfortpflanzung / Größtfehlerabschätzung

i.A.: Messgrößen im Versuch hängen von mehreren, unabhängig zu messenden Größen x, y, \dots ab

Dazu existieren gewisse mathematische Beziehungen $R = f(x, y, \dots)$

Jede Messgröße x, y , ist mit eigenem Fehler behaftet

Exakte Fehlerfortpflanzung:

- bestimmt Mittelwert & Standardabweichung
- berücksichtigt Häufigkeitsverteilungen aller Messgrößen und Wahrscheinlichkeit für gleichzeitiges Auftreten zufälliger Ereignisse

Exakte Fehlerfortpflanzung

1. Beste Näherung für die interessierende Größe ergibt sich unter Verwendung der Mittelwerte in der Bestimmungsgleichung:

$$\overline{R} = f(\overline{x}, \overline{y}, \dots)$$

2. Standardabweichung des Resultats ist gleich der Wurzel aus der Quadratsumme der gewichteten Standardabweichungen der Messgrößen:

$$\overline{m}_R = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x} \overline{m}_x\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y} \overline{m}_y\right)^2 + \dots}$$

df/dx: Gewichtungsfaktor

Partielle Ableitung der
Bestimmungsgleichung nach Variable
(alle anderen Variablen konstant)

Beispiel für exakte Fehlerfortpflanzung

Volumen eines Zylinders soll bestimmt werden: $V = \pi \cdot r^2 \cdot h$

Radius und Höhe gemessen zu $r = \bar{r} \pm \overline{m_r}$ und $h = \bar{h} \pm \overline{m_h}$

Mittelwert des Volumens ist: $\bar{V} = \pi \bar{r}^2 \bar{h}$

Partielle Ableitungen: $\frac{\partial V}{\partial r} = 2\pi r h$; $\frac{\partial V}{\partial h} = \pi r^2$

Standardabweichung des Mittelwertes: $\overline{m_V} = \sqrt{\left(2\pi \bar{r} \bar{h} \overline{m_r}\right)^2 + \left(\pi \bar{r}^2 \overline{m_h}\right)^2}$

$$\overline{m_R} = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x} \overline{m_x}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y} \overline{m_y}\right)^2 + \dots}$$

Zahlenwerte: $r = (25 \pm 2)$ mm, $h = (75 \pm 3)$ mm

$$V = \pi \cdot r^2 \cdot h = 147262 \text{ mm}^3;$$

$$\begin{aligned} m_V &= [(2\pi r h \cdot 2 \text{ mm})^2 + (\pi r^2 \cdot 3 \text{ mm})^2]^{1/2} \\ &= [(23562 \text{ mm}^3)^2 + (5890 \text{ mm}^3)^2]^{1/2} \\ &= [555165248 \text{ mm}^6 + 34697828 \text{ mm}^6]^{1/2} \\ &= \mathbf{24287 \text{ mm}^3} \quad \mathbf{m_V/V = 16.49\%} \end{aligned}$$

Größtfehlerberechnung/Abschätzung

Größtfehler beschreibt die Abweichung des Resultats vom Bestwert bei ungünstigster Kombination der Mittelwerte \pm Fehler der Einzelgrößen

Betrachte $a = \bar{a} \pm \Delta a$ und $b = \bar{b} \pm \Delta b$

Abhängig von den jeweiligen Rechenoperationen muss Relativ- oder Absolutfehler betrachtet werden:

Rechenoperation	$\underline{c} = f(\underline{a}, \underline{b})$	Größtfehler Δc	Relativer Größtfehler $\Delta c/c$
Multiplikation mit Konst.	$\underline{c} = k * \underline{a}$	$k * \Delta a$	$\Delta a/ \underline{a} $
Addition	$\underline{c} = \underline{a} + \underline{b}$	$\Delta a + \Delta b$	$(\Delta a + \Delta b) / \underline{a} + \underline{b} $
Subtraktion	$\underline{c} = \underline{a} - \underline{b}$	$\Delta a + \Delta b$	$(\Delta a + \Delta b) / \underline{a} - \underline{b} $
Multiplikation	$\underline{c} = \underline{a} * \underline{b}$	$ \underline{a} * \Delta b + \underline{b} * \Delta a$	$\Delta a/ \underline{a} + \Delta b/ \underline{b} $
Division	$\underline{c} = \underline{a} / \underline{b}$	$(\underline{a} * \Delta b + \underline{b} * \Delta a) / \underline{b}^2$	$\Delta a/ \underline{a} + \Delta b/ \underline{b} $
Potenzieren	$\underline{c} = \underline{a}^n$	$\Delta a * n * \underline{a} ^{(n-1)}$	$n * \Delta a/ \underline{a} $

Vergleich: Beispiel von eben

Volumen des Zylinders: $V = \pi \cdot r^2 \cdot h$

Exakte Fehlerfortpflanzung:
$$\overline{m_V} = \sqrt{\left(2\pi r h \overline{m_r}\right)^2 + \left(\pi r^2 \overline{m_h}\right)^2}$$

Größtfehlerabschätzung:
$$\overline{m_V} = \pi r^2 \overline{m_h} + 2\pi r h \overline{m_r}$$

Rechenoperation	$\underline{c} = f(\underline{a}, \underline{b})$	<u>Größtfehler Δc</u>
Multiplikation mit <u>Konst.</u>	$\underline{c} = k * \underline{a}$	$k * \Delta a$
Potenzieren	$\underline{c} = \underline{a}^n$	$\Delta a * n * \underline{a} ^{(n-1)}$

Zahlenbeispiel

$$r = 25 \text{ mm} \pm 2 \text{ mm}$$

$$h = 75 \text{ mm} \pm 3 \text{ mm}$$

$$V = 147262 \text{ mm}^3$$

Exakte Fehlerfortpflanzung: $m_V = 24287 \text{ mm}^3$ (ca. 16.5%)

Größtfehlerabschätzung: $m_V = 29452 \text{ mm}^3$

$$\Delta V / |\underline{V}| = 2\Delta r / |\underline{r}| + \Delta h / |\underline{h}| = 2 * 8\% + 4\% = 20\%$$

Literatur zur Fehlerrechnung

- **Physikalisches Praktikum**

Schenk, Kremer, Ilberg, Beddies, Gunter

Vieweg und Teubner

73 UBK 1264 und **elektronisch**

- **Physikalisches Kurspraktikum für Mediziner und Naturwissenschaftler**

Calker, Kleinhanß

Schattauer

21 UBK 1719