

Bestimmung der Elektrischen Elementalladung nach Millikan und Nachweis der Ladungsquantisierung

Messung von Steig- und Sinkgeschwindigkeit

Versuchsziele

- Beobachtung der Bewegung geladener Öltröpfchen in einem vertikalen elektrischen Feld und Messung der Steiggeschwindigkeit.
- Messung der Fallgeschwindigkeit des Tröpfchens nach Ausschalten der Spannung.
- Bestimmung der Elementarladung nach der dynamischen Methode.

Grundlagen

R.A. Millikan gelang 1910 mit seiner berühmten Öltröpfchenmethode der Nachweis des quantenhaften Auftretens kleinster Elektrizitätsmengen. Er beobachtete geladene Öltröpfchen im vertikalen elektrischen Feld eines Plattenkondensators mit Plattenabstand d und bestimmte aus ihrem Radius r und dem elektrischen Feld $E = U/d$ (dabei ist U die an den Platten angelegte Spannung) die Ladung q eines schwebenden Tröpfchens. Dabei stellte er fest, dass q nur als ganzzahliges Vielfaches einer Elementarladung e auftritt, also $q = n \cdot e$.

Wenn ein Öltröpfchen mit Radius r_0 mit einer Geschwindigkeit $-v_1$ ohne angelegtes elektrisches Feld E nach unten sinkt (fällt), dann wirkt auf dieses Öltröpfchen die der Erdanziehungskraft F_g entgegengesetzte Stokesche Reibungskraft $F_1 = 6\pi \cdot \eta \cdot r_0 \cdot v_1$ (η ist die Viskosität von Luft). Da die Geschwindigkeit v_1 konstant ist ($a=0$), gilt das Kräftegleichgewicht:

$$0 = F_g + F_1 \quad (I)$$

Wenn das gleiche Öltröpfchen mit der Geschwindigkeit v_2 in einem angelegten elektrischen Feld E nach oben steigt, dann gilt für die entgegengesetzte Stokesche Reibungskraft $F_2 = -6\pi \cdot \eta \cdot r_0 \cdot v_2$. Auch in diesem Fall gilt das Kräftegleichgewicht, jedoch nur unter Berücksichtigung der elektrischen Kraft $q_0 \cdot E = q_0 \cdot U/d$ (dabei ist q_0 die Ladung des Öltröpfchens). Wir erhalten:

$$0 = q_0 \cdot \frac{U}{d} + F_g + F_2 \quad (II)$$

Wenn wir die beiden Gleichungen voneinander abziehen, so fällt die Erdanziehungskraft F_g weg und wir erhalten insgesamt:

$$0 = F_E - F_1 + F_2 = q_0 \cdot \frac{U}{d} - 6\pi \cdot \eta \cdot r_0 \cdot (v_1 + v_2) \quad (III)$$

Daraus erhalten wir also:

$$q_0 = 6\pi \cdot \eta \cdot r_0 \cdot (v_1 + v_2) \cdot \frac{d}{U} \quad (IV)$$

Um die Ladung q_0 zu ermitteln, fehlt also nur noch der Radius r_0 des betrachteten Öltröpfchens, der sich aber leicht aus dem Kräftegleichgewicht seiner *resultierenden Gewichtskraft* $F = V \cdot \Delta\rho \cdot g$ und der Stokeschen Reibung F_1 im Sinkfall ergibt, wobei $\Delta\rho$ der Dichteunterschied zwischen Öl und Luft ist. Es gilt also:

$$0 = F_g + F_1 = \left(\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r_0^3\right) \cdot \Delta\rho \cdot g - 6\pi \cdot \eta \cdot r_0 \cdot v_1 \quad (V)$$

$$r_0 = \sqrt{\frac{9 \cdot \eta \cdot v_1}{2 \cdot \Delta\rho \cdot g}} \quad (VI)$$

Für eine genauere Ermittlung der Ladung q (der tatsächlichen Ladung des Tröpfchens) sollte man berücksichtigen, dass die Stokesche Reibung für sehr kleine Radien r korrigiert werden muss, weil diese dann in der Größenordnung der mittleren freien Weglänge der Luftmoleküle liegen, und die Luft somit nicht mehr als homogenes Medium angesehen werden kann. Die vom Luftdruck p abhängige korrigierte Formel für die Reibungskraft lautet:

$$F = \frac{6\pi \cdot \eta \cdot r \cdot v_1}{\left(1 + \frac{b}{r \cdot p}\right)} \quad (VII)$$

mit $b = 80 \mu\text{m} \cdot \text{hPa}$ (konstant).

Mit der Abkürzung $A = b/p$ ergibt sich der korrigierte Radius r zu

$$r = \sqrt{r_0^2 + \frac{A^2}{4}} - \frac{A}{2} \quad (VIII)$$

und die korrigierte Ladung q zu

$$q = \frac{q_0}{\left(1 + \frac{A}{r}\right)^{1,5}} \quad (IX)$$

Hier werden beide Geschwindigkeiten v_1 und v_2 , sowie die Spannung U gemessen. Diese Methode lässt genauere Messwerte als bei der alternativen Methode zu, da die Geschwindigkeit v_2 wirklich gemessen wird.

Geräte

1	Millikan-Gerät	559 412
1	Millikan-Betriebsgerät.....	559 421
2	Elektronische Stoppuhr P.....	313 033
4	Experimentierkabel 19 A, 100 cm, rot/blau, Paar ...	501 46

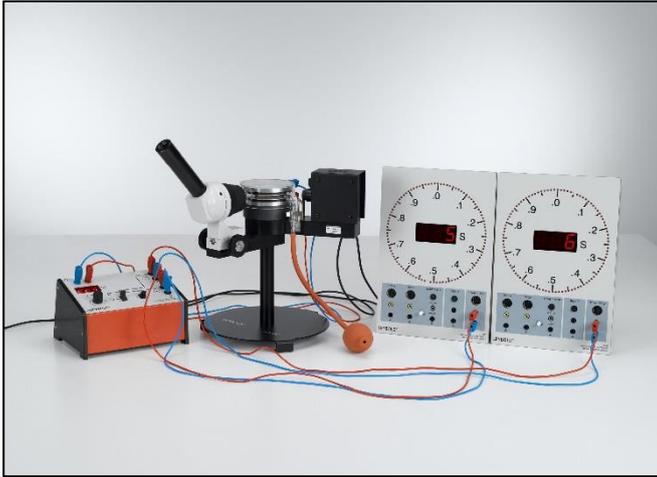


Fig. 1: Aufbau des Versuchs.



Fig. 2: Justage mit Fixierpunkt (Daumen).

Aufbau

Der Versuchsaufbau ist in Fig. 1 dargestellt.

- Zunächst das Millikan-Gerät nach Gebrauchsanweisung zusammenbauen und das Öl einfüllen.
- Zur Justage des Mikroskops den Kondensator mit Hülle abnehmen. Dann mit einem Finger senkrecht den Fixierpunkt in der Mitte des Aufbaus senkrecht von oben berühren, und mittels der großen schwarzen Räder unten am Mikroskop auf den Finger scharf stellen. Siehe dazu auch Fig. 2.
- Skala des Okulars durch Drehen des Okulars senkrecht stellen.
- Den Kondensator wieder aufsetzen.
- Den Spannungsregler links auf dem Millikan-Betriebsgerät ganz nach links drehen, so dass keine Spannung angelegt wird.
- Den Spannungs-Ausgang des Millikan-Betriebsgeräts (oben links) mit den Kondensatorplatten verbinden, dabei die obere Platte mit dem „+“-Kontakt verbinden. Die goldenen Stecker für den Kondensator nur verwenden, wenn mit Schutzkontakten gearbeitet wird (siehe Fig. 3).
- Achtung: an den Kondensatorkontakten liegen bis zu 600 V an. An diesem Aufbau ist die Spannung zwar berührungsungefährlich, kann jedoch trotzdem bei Kurzschluss durch Berührung unangenehm sein.
- Jeweils den Stoppuhreingang „START/STOP“ mit Ausgang 1/2 des Millikan-Betriebsgerätes verbinden. Dabei darauf achten, dass jeweils beide Erdungen miteinander verbunden sind.
- Die Lampe des Millikan-Gerätes mit Spannung versorgen.
- Zuletzt die Stoppuhren und das Millikan-Betriebsgerät über die mitgelieferten Netzteile mit Strom versorgen.



Fig. 3: Anschluss des Kondensators mit Schutzkontakt-Steckern.

Durchführung

Dieser Versuch erfordert eine hohe Konzentration. Die Spannung U wird variiert, während man in das Okular des Mikroskops schaut. Das gleiche gilt für das Starten bzw. das Stoppen der Zeitmessung. Außerdem ist beim Versuch Vorsicht geboten. Das Öl nicht verschütten, einatmen oder trinken, und alle Vibrationen, insbesondere verursacht durch das Einspritzen von Öl, vermeiden. Nur das mitgelieferte Öl verwenden.

- Zunächst alle Schalter des Millikan-Betriebsgerätes nach unten stellen.
- Öl durch ein kräftiges Drücken der Handpumpe in den Kondensator stäuben. Sollte sich im Laufe des Versuchs nicht genug Öl zwischen den Kondensatorplatten befinden, kann jederzeit neues Öl eingespritzt werden.
- Im Millikan-Betriebsgerät die Spannung anschalten (Schalter „U“), und grob eine gewünschte Spannung auswählen, bei der steigende Öltröpfchen sichtbar ist. In der Anzeige steht nun die angelegte Spannung.
- Die angelegte Spannung in einer Tabelle notieren.
- Auf den Stoppuhren eventuell laufende Messungen anhalten und die Knöpfe „→0←“ drücken, um die Anzeigen zu löschen.
- Ein steigendes Öltröpfchen im Mikroskop beobachten. Nach erneutem Scharfstellen des Mikroskops die Messung beginnen.
- Überquert das Öltröpfchen einen großen Skalenstrich, den Schalter „t“ des Millikan-Betriebsgerätes nach oben stellen, um die Messung zu starten.
- Sobald das Öltröpfchen 20 Skalenstriche (dies entspricht 2 mm), also 2 größere Striche, überquert hat, den Schalter für die Spannung umlegen, um auf der zweiten Stoppuhr die Sinkzeit zu messen.
- Den vorangegangenen Schritt weitere 7 Mal ausführen. Die Stoppuhren addieren automatisch die Zeiten der einzelnen Steig- bzw. Sinkvorgänge.
- Zur Beendigung der Messung am unteren Skalenstrich den Schalter „t“, anstatt des Schalters „U“, umlegen.
- Die mithilfe der Stoppuhren gemessenen Zeiten ebenfalls in der Tabelle notieren.
- Die oben beschriebene Messung für weitere Öltröpfchen wiederholen. Dabei darauf achten, dass zu Beginn jeder Messung beide Schalter des Millikan-Betriebsgerätes unten stehen.
- Nach der Hälfte der Messungen die Spannung ausschalten und die Kontakte am Kondensator wechseln, dann die Spannung wieder anschalten. Nun werden entgegengesetzt geladene Öltröpfchen beobachtet.
- Nach der Beendigung des Versuchs alle Geräte vom Strom trennen.
- Alternativ kann anstelle des direkten Umschaltens der Spannung am oberen bzw. unteren Skalenstrich zunächst der Schalter „t“ nach unten geschaltet werden, dann die Spannung umgeschaltet werden, und beim erneuten Durchlaufen des Skalenstriches die Zeitmessung wieder aktiviert werden. Man vermeidet so Fehler durch Verzögerungen im Umschaltmoment der Spannung.

Hinweis

Das Mikroskop erzeugt, im Gegensatz zur älteren Ausführung des Versuchs, kein umgekehrtes Bild. Alle Bewegungsrichtungen entsprechen deshalb den realen Bewegungsrichtungen.

Zur besseren Demonstration der Öltröpfchen ist die Aufnahme des Mikroskopbildes mit einer Videokamera empfehlenswert.

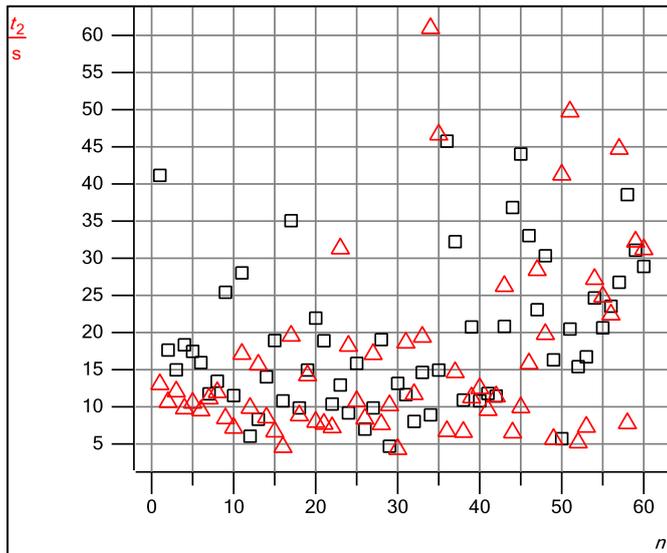
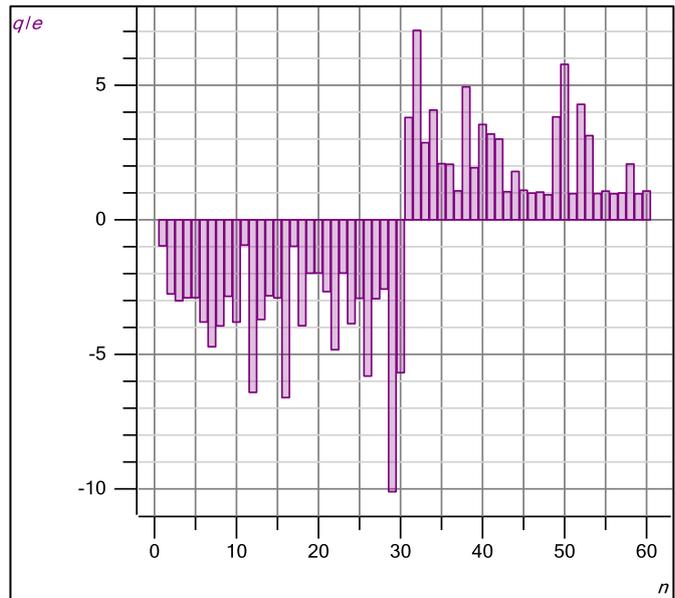


Fig. 4: Messwerte für Steig- und Sinkzeiten.



Ergebnis

Die durch den Zerstäuber zwischen die Kondensatorplatten gestäubten Öltröpfchen sind teilweise ionisiert, also positiv oder negativ geladen. Dabei tritt diese Ladung nicht in zufälligen Werten auf, sondern jederzeit als Vielfaches einer ausgezeichneten Ladung, der Elementarladung. Dies ist genau die Ladung der Elektronen, ist ein Öltröpfchen positiv bzw. negativ geladen, so hat es entweder einen Elektronenüberschuss oder aber im Prozess des Zerstäubens wurden Elektronen abgestreift. Die Ladung der Elektronen beträgt ca. $e = 1,6022 \cdot 10^{-19}$ Coulomb.

Dabei tritt Ladung in gebundenen Systemen ganz allgemein nur als Vielfaches dieser Elementarladung auf.

Hinweise

Werden Öltröpfchen mit geringer Ladung ausgesucht, wird die Statistik schneller aussagekräftig. Öltröpfchen geringer Ladung erkennt man daran, dass sie sich im elektrischen Feld relativ langsam bewegen.

Bleibt im Unterricht zu wenig Zeit, um etwa 20-30 Öltröpfchen zu verfolgen, können die Beispielmessungen in dieser Anleitung als Ersatz dienen.

Zur Messung der positiven Ladungen q müssen die Anschlüsse am Plattenkondensator vertauscht werden.

Weicht der örtliche Luftdruck stark von 1013 hPa ab, dann sollte der Luftdruck in der Formel zum Korrekturparameter A entsprechend geändert werden.

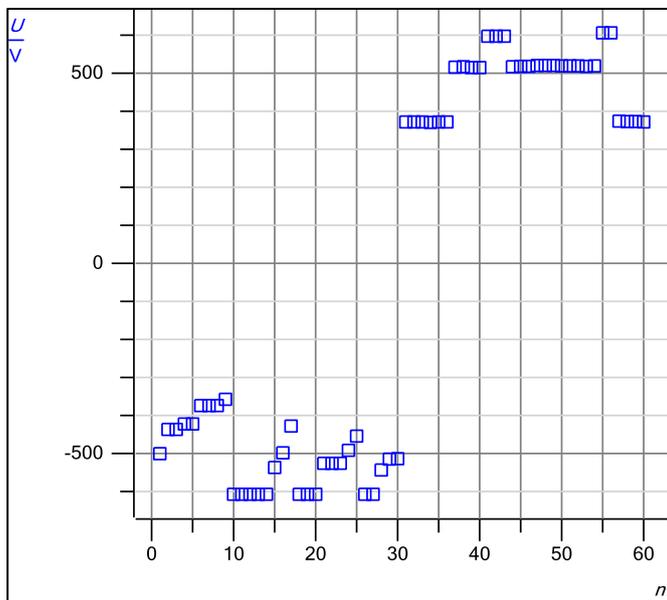


Fig. 5: Messwerte für die angelegten Spannungen.

Messbeispiel

Die gemessenen Werte können wie in Fig. 4 und in Fig. 5 in einem Diagramm dargestellt werden. In Fig. 4 bzw. Fig. 5 sind Werte aus 60 Messungen eingezeichnet.

Auswertung

Nachdem die Messwerte aufgenommen wurden (siehe Fig. 4 und Fig. 5), werden über die Formeln (IV) bis (IX) die Werte für die Ladungen der Öltröpfchen ausgerechnet. Dabei ist zu beachten, dass die Steig- und Sinkzeiten zunächst durch die Anzahl der Steig- bzw. Sinkvorgänge dividiert werden, in diesem Fall also vier. Eine Quantisierung der Messwerte ist erkennbar. Teilt man nun die berechneten Ladungen durch den Literaturwert der Elementarladung $e = 1,6022 \cdot 10^{-19}$ C, so erhält man die Ergebnisse als Vielfache der Elementarladung. Diese Werte sind nun in Fig. 6 dargestellt. Es lässt sich gut erkennen, dass die Werte fast immer in der Nähe von ganzen Zahlen sind.

Anhang

Im Anhang werden die Messungen mit den anderen verfügbaren Zählgeräten dargestellt.



Fig. 7: Aufbau mit Zählgerät P.

Zählgerät P (575 451)

Während des Aufbaus (siehe Fig. 7) ist zu beachten:

- Eingang E des Zählgeräts P mit Ausgang 1 des Millikan-Betriebsgeräts verbinden. Eingang F des Zählgeräts P mit Ausgang 2 des Millikan-Betriebsgeräts verbinden. Dabei darauf achten, dass jeweils beide Erdungen miteinander verbunden sind.
- Zwei Mal „MODE“ (Feld oben links) drücken, um die Messung auf „ $t_{E,F}$ “ zu stellen.

Änderung für die Durchführung des Experiments:

- Auf dem Zählgerät die Knöpfe „STOP“, „ $\rightarrow 0 \leftarrow$ “, und danach „START“ (alle im Feld oben rechts) drücken, um eventuell laufende Messungen anzuhalten, den Speicher zu löschen und eine neue Messung vorzubereiten (siehe Fig. 8).
- Als Messbeginn den Schalter „t“ des Millikan-Betriebsgeräts nach oben stellen.
- Überquert das Öltröpfchen einen großen Skalenstrich, den Schalter „t“ des Millikan-Betriebsgeräts nach oben stellen, um die Messung zu starten.
- Sobald das Öltröpfchen 20 Skalenstriche, also 2 größere Striche, überquert hat, den Schalter für die Spannung umlegen, um auf dem zweiten Kanal die Sinkzeit zu messen.
- Den vorangegangenen Schritt weitere 3 Mal ausführen.
- Zur Beendigung der Messung am unteren Skalenstrich den Schalter „t“, anstatt des Schalters „U“, umlegen.
- Dieses Gerät verfügt über vier Speicherplätze für Messwerte. Nach der Messung können diese durch den Knopf „ $t_{E,F}$ “ im Feld unter rechts durchgesehen werden. Dabei leuchten belegte Speicherplätze matt, der Speicherplatz desjenigen Werts, der gerade angezeigt wird, leuchtet heller als die übrigen Dioden (siehe Fig. 9 und Fig. 10).
- Soll die Messung abgebrochen werden, bevor alle Speicherplätze belegt sind, muss der Knopf „STOP“ gedrückt werden.
- Um eine neue Messung starten zu können, muss zunächst der Knopf „ $\rightarrow 0 \leftarrow$ “ gedrückt werden, um die aktuellen Messwerte zu löschen, danach der Knopf „START“.

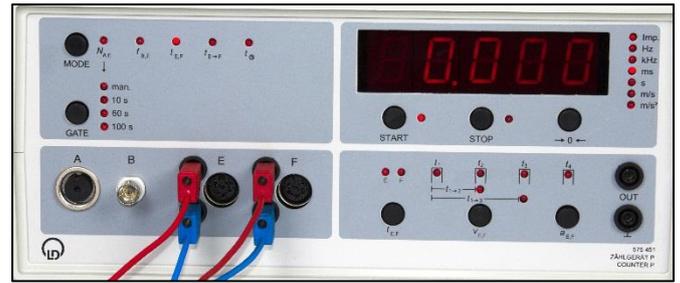


Fig. 8: Zählgerät P bereit zur Messwertaufnahme.

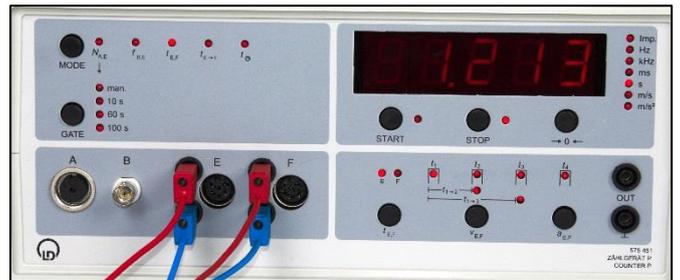


Fig. 9: Auslesen des ersten Speichers, Wert für Eingang E.

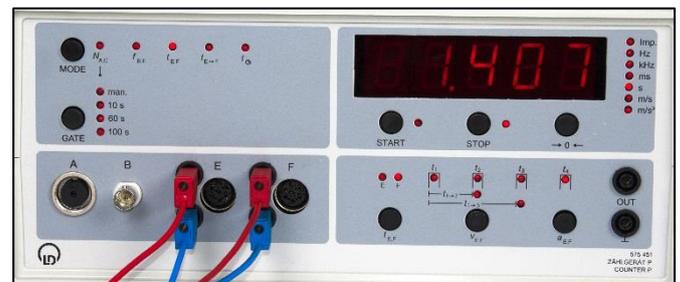


Fig. 10: Auslesen des vierten Speichers, Wert für Eingang F.

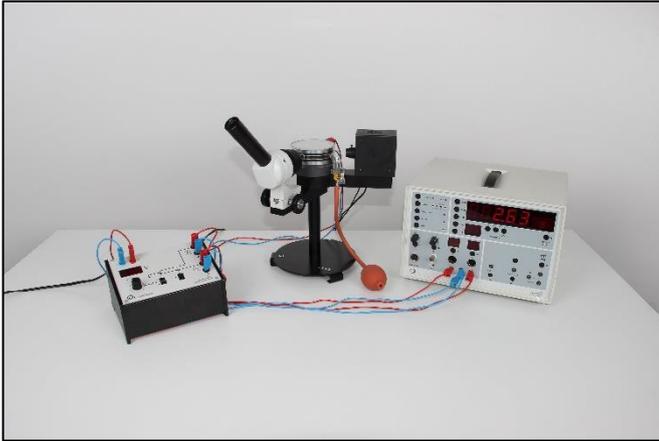


Fig. 11: Aufbau mit Digitalzähler.

Digitalzähler (575 48)

Während des Aufbaus (siehe Fig. 11) ist zu beachten:

- Eingang E des Digitalzählers mit Ausgang 1 des Millikan-Betriebsgerätes verbinden. Eingang F des Digitalzählers mit Ausgang 2 des Millikan-Betriebsgerätes verbinden. Dabei darauf achten, dass beide Erdungen des Millikan-Betriebsgerätes mit der Erdung der Digitalzählers verbunden sind.
- „TIME“ (Feld oben links) drücken, um die Messung auf „t“ zu stellen. Dann fünf Mal auf „E“ (Feld unten links) drücken, um den Eingang „E“ auf t zu stellen. Weitere zwei Mal auf „F“ (ebenfalls unten links) drücken, um den Eingang „F“ ebenfalls auf t zu stellen (siehe Fig. 12).

Änderung für die Durchführung des Experiments:

- Auf dem Digitalzähler die Knöpfe „START/STOP“ und „→0←“ (beide im Feld oben rechts) drücken, um eventuell laufende Messungen anzuhalten und die Anzeigen zu löschen (siehe Fig. 12).
- Überquert das Öltröpfchen einen großen Skalenstrich, den Schalter „t“ des Millikan-Betriebsgerätes nach oben stellen, um die Messung zu starten.
- Sobald das Öltröpfchen 20 Skalenstriche (dies entspricht 2 mm), also 2 größere Striche, überquert hat, den Schalter für die Spannung umlegen, um auf der zweiten Stoppuhr die Sinkzeit zu messen.
- Den vorangegangenen Schritt weitere 7 Mal ausführen. Die Stoppuhren addieren automatisch die Zeiten der einzelnen Steig- bzw. Sinkvorgänge.
- Zur Beendigung der Messung am unteren Skalenstrich den Schalter „t“, anstatt des Schalters „U“, umlegen.
- Vor Beginn vor und nach jeder weiteren Messung den Knopf „START/STOP“ drücken, um die Messung zu starten bzw. anzuhalten (siehe Fig. 12).
- Dieser Zähler verfügt über einen Messwertspeicher. Durch Drücken des Knopfes „START/STOP“ wird automatisch ein neuer Speicherplatz beschrieben. Diese sind durchnummeriert, und lassen sich durch Drücken der Knöpfe „<“ und „>“ durchsehen. Diese befinden sich unterhalb der Anzeige. Jeder Wert bezieht sich nur auf einen Eingang. Welchem Eingang ein Wert zugeordnet ist, wird angezeigt, indem die Digitalanzeige des entsprechenden Einganges das Symbol „t“ zeigt. Zum Löschen eines Speicherplatzes während des Einsehens desjenigen Wertes den Knopf „CLEAR“, der sich rechts von „<“ und „>“ befindet, drücken. Dazu siehe auch Gebrauchsanweisung des Digitalzählers oder Fig. 13 und Fig. 14.

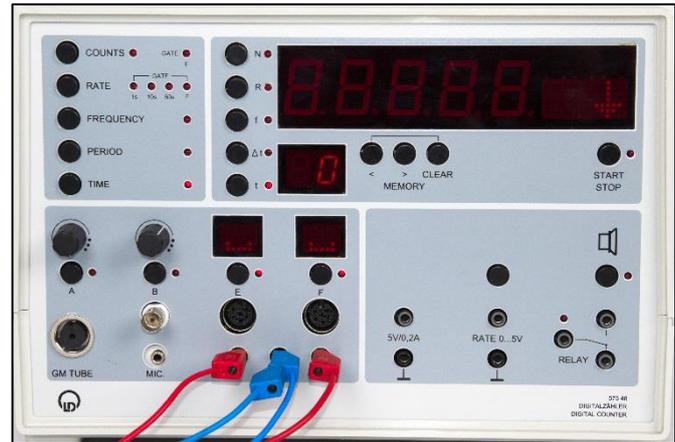


Fig. 12: Digitalzähler bereit zur Messwertaufnahme.

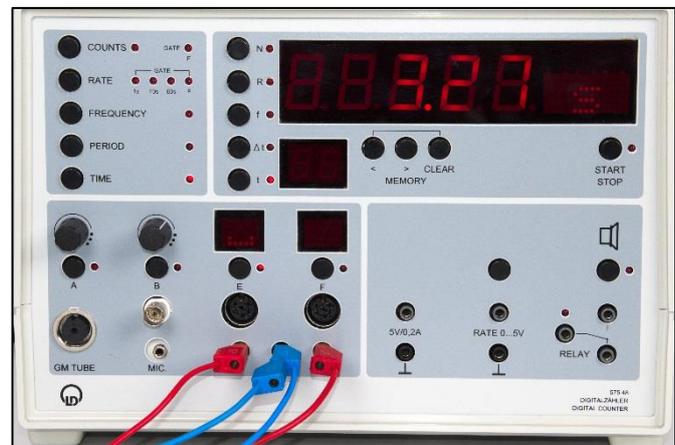


Fig. 13: Auslesen des Speichers, Wert für Eingang E.

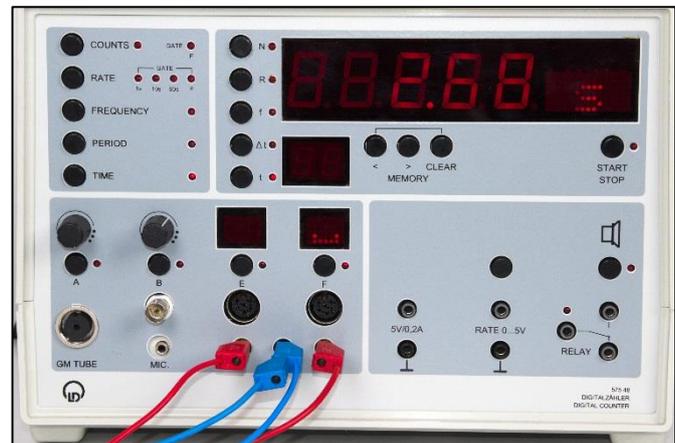


Fig. 14: Auslesen des Speichers, Wert für Eingang F.