

## Versuch GO1

### Abbildungen durch Linsen und Abbildungsfehler

10.06

## I. Vorkenntnisse

Das Snellius'sche Brechungsgesetz,  
die Dispersion des Brechungsindex von Glas,  
Linsen- und Abbildungsgleichung für dünne Linsen,  
Besselverfahren zur Bestimmung der Brennweite dünner Linsen,  
Abbildungsfehler  
– insbesondere: chromatische Aberration, sphärische Aberration und Astigmatismus.

## II. Literatur

BERGMANN-SCHAEFER, Bd. 3, Optik: Kapitel 1,9; 1,10  
BERKELEY-KURS, Bd. 3, Schwingungen und Wellen: Kapitel 4,3; 9.7  
GERTHSEN, Physik: Kapitel 9.2  
W. WALCHER, Praktikum. der Physik: Kapitel 4.1.0; 4.1.1; 4.1.2

## III. Theorie und Versuchsdurchführung

### 1. Vorbemerkung

In der Versuchsreihe „Abbildung durch Linsen und Abbildungsfehler“ sollen einige grundlegende Abbildungseigenschaften dünner Linsen untersucht werden. Hierzu gehören die experimentelle Bestimmung der Linsenbrennweite und die Untersuchung der wichtigsten Abbildungsfehler. Die im folgenden gegebene Einführung soll der Anleitung zum Selbststudium dienen, welches als Voraussetzung für eine sinnvolle Durchführung der Versuchsreihe unerlässlich ist. Die Kenntnis des Snellius'schen Brechungsgesetzes, der Linsengleichung und der Abbildungsgleichung werden dabei vorausgesetzt.

## 2. Bestimmung der Brennweite einer dünnen Linse aus der Abbildungsgleichung

### 2.1. Theorie

Bei dünnen Linsen lässt sich die Brennweite auf bequeme, wenn auch nicht sehr genaue Weise aus der Abbildungsgleichung bestimmen

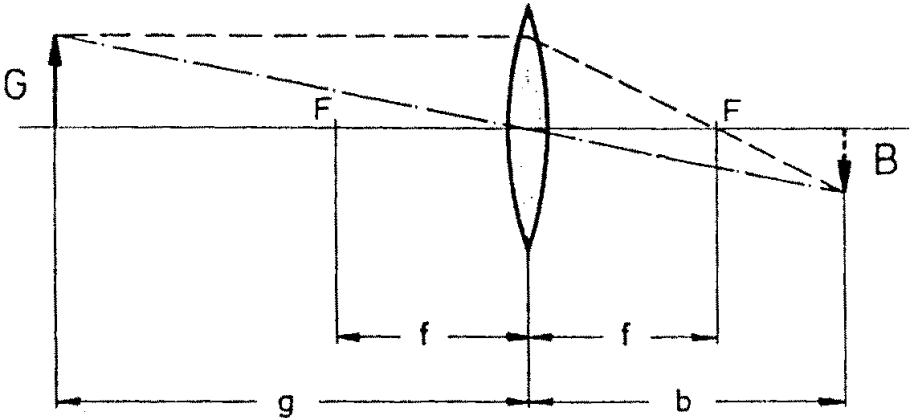


Abb. 1: Abbildung durch eine dünne Linse

Die Brennweite  $f$  ist mit der Gegenstandsweite  $g$  und der Bildweite  $b$  über die Abbildungsgleichung

$$\frac{1}{g} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f} \quad (1)$$

verknüpft. Zur Bestimmung der Brennweite  $f$  mißt man  $g$  und  $b$  von der Mittelebene (Hauptebene) der dünnen Linse aus und berechnet  $f$  aus der Abbildungsgleichung 1 zu:

$$f = \frac{g b}{g + b} \quad (2)$$

### 2.2. Versuchsdurchführung GO 1.1

Als Gegenstand wählt man zweckmäßigerweise eine Mattscheibe, auf der z.B. ein Buchstabe aufgezeichnet ist und die rückwärtig beleuchtet ist. Abgebildet wird dieser Gegenstand dann mit der zu untersuchenden Linse auf einen weißen Schirm oder eine Mattscheibe. Bestimmen Sie für drei verschiedene Abstände  $(g + b)$  von Gegenstand und Bild jeweils  $g$  und  $b$  und bestimmen Sie den Mittelwert der hieraus errechneten Brennweiten. Messen Sie  $g$  und  $b$  jeweils von der Mittelebene der Linse aus! Machen Sie eine Fehlerabschätzung!

### 3. Brennweitenbestimmung nach Bessel

#### 3.1. Theorie

Bei der Durchführung des Versuchs GO 1.1 werden Sie bemerken, daß sich bei nicht extrem dünnen Linsen die Mittelebene nicht genau festlegen läßt. Hierdurch entsteht ein systematischer Fehler in dem unter 2. beschriebenen Verfahren zur Brennweitenbestimmung. Dieser Fehler wird in einem Verfahren vermieden, das zuerst von F.W. Bessel um 1890 angegeben wurde. Dieses Verfahren beruht auf folgendem:

Ist der fest vorgegebene Abstand

$$e = g + b \quad (3)$$

zwischen Gegenstand und Bild größer als  $4f$ , so existieren zwei Linsenstellungen, für die von diesem Gegenstand ein reelles Bild erzeugt werden kann.

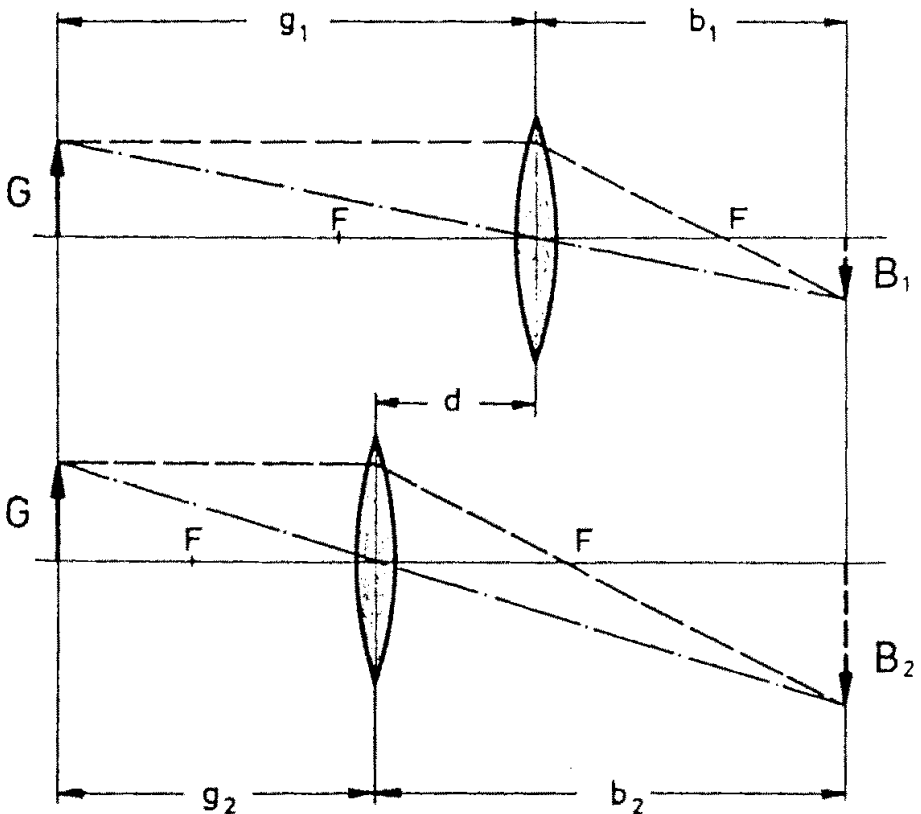


Abb. 2: Linsenstellungen beim Besselverfahren

Wegen der Umkehrbarkeit der Strahlengänge gilt:

$$g_1 = b_2 \quad \text{und} \quad g_2 = b_1 \quad (4)$$

Außerdem gilt:

$$g_1 + b_1 = g_2 + b_2 = e \quad (5)$$

$$g_1 - b_1 = b_2 - g_2 = d \quad (6)$$

Aus der Addition der beiden Gleichungen 5 und 6 folgt:

$$g_1 = b_2 = \frac{1}{2} (e + d) \quad (7)$$

Aus der Subtraktion der beiden Gleichungen 5 und 6 folgt:

$$b_1 = g_2 = \frac{1}{2} (e - d) \quad (8)$$

Aus 7 und 8 und aus der Abbildungsgleichung

$$\frac{1}{g_1} + \frac{1}{b_1} = \frac{1}{f} \quad (9)$$

folgt:

$$f = \frac{1}{4} \left( e - \frac{d^2}{e} \right) \quad (10)$$

Diese Gleichung gilt nur für dünne Linsen, bei denen der Abstand  $h$  der beiden Linsenhauptebenen vernachlässigbar ist im Vergleich zur Brennweite der Linse. Ist dies der Fall, so fallen die beiden Hauptebenen der Linse mit ihrer Mittelebene zusammen.

Ist  $h$  nicht vernachlässigbar, so erhält man anstelle von Gl. 10:

$$f = \frac{1}{4} \frac{(e - h)^2 - d^2}{e - h} \quad (11)$$

Da sich mit dem Besselverfahren die Brennweite einer Linse aus der Messung von  $e$  und  $d$  (bei Kenntnis oder Vernachlässigung von  $h$ ) recht genau bestimmen läßt, eignet sich diese Methode gut zur Untersuchung von Abbildungsfehlern.

### 3.2. Versuchsdurchführung GO 1.2

Die Normbrennweite einer Linse wird für das gelbe Licht der Natrium-D-Linie ( $\lambda$  etwa 589 nm) angegeben. Bestimmen Sie die Brennweite einer plankonvexen Linse für gelbes Natriumlicht nach dem Besselverfahren. Benutzen Sie den selben Gegenstand wie im Versuch GO 1.1 und beleuchten Sie ihn mit einer Natriumdampflampe. Messen Sie für fünf verschiedene Gegenstands-Bildabstände  $e$  den Abstand  $d$  zwischen den beiden Linseneinstellungen und bestimmen Sie daraus einen Mittelwert für die Brennweite  $f$ . Geben Sie eine Fehlerabschätzung!

## 4. Abbildungsfehler

### 4.1. Theorie

Bei den Ableitungen der Abbildungsgleichung 1 und der Linsengleichung:

$$\frac{1}{f} = (n - 1) \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \quad (12)$$

$n$  = Brechungsindex des Linsenmaterials  
 $R_1, R_2$  = Krümmungsradien der Kugelflächen, die die Linse begrenzen.  
 $R_1$  bzw.  $R_2$  werden negativ gesetzt,  
wenn die Begrenzungsflächen konkav sind.

werden einige wichtige einschränkende Voraussetzungen gemacht.

Diese lassen sich wie folgt zusammenfassen:

1. Die Dicke der Linse soll klein sein im Vergleich zu  $R_1$  oder  $R_2$ . (Diese Näherung kann durch die Einführung von Hauptebenen aufgehoben werden).
2. Lichtbündel, die vom Gegenstand auf die Linse einfallen, dürfen diese nur in einem Abstand von der optischen Achse durchsetzen, der klein ist im Vergleich zu den Krümmungsradien der die Linse begrenzenden Kugelflächen ist.
3. Diese Lichtbündel dürfen mit der optischen Achse nur einen Winkel  $\theta$  einschließen, für den die Näherung:  $\theta \simeq \sin \theta \simeq \tan \theta$  zulässig ist.
4. Die Abhängigkeit des Brechungsindex von der Frequenz (Farbe) des Lichts wird vernachlässigt.
5. Das vom Gegenstand ausgehende Lichtbündel wird nicht durch Blenden auf der Gegenstands- oder Bildseite begrenzt.

Bei der Anwendung optischer Instrumente sind aber all diese Bedingungen in der Regel mehr oder weniger verletzt. Die Aufhebung der unter 1. bis 5. beschriebenen einschränkenden Voraussetzungen führen zu Abweichungen von der Abbildungsgleichung 1 oder der Linsengleichung 12. Diese Abweichungen bezeichnet man als „Abbildungsfehler“. Abbildungsfehler werden oft auch etwas unglücklich als Linsenfehler bezeichnet. Wir wollen als „Linsenfehler“ technisch bedingte Abweichungen von der Ideallinse bezeichnen. Linsenfehler sind z.B. Abweichungen der Krümmung von der einer Kugelfläche oder eine Inhomogenität des Brechungsindex innerhalb der Linse.

Abbildungsfehler werden durch folgende Bezeichnungen klassifiziert:

1. die chromatische Aberration
2. die sphärische Aberration
3. der Astigmatismus
4. die Koma
5. die Bildflächenwölbung
6. die Verzerrung der Abbildung

Im Rahmen der Versuchsreihe GO 1 wollen wir experimentell nur die zwei erstgenannten Fehler untersuchen.

## **5. Die chromatische Aberration**

### **5.1. Theorie**

Aus der Linsengleichung 12 geht hervor, daß die Brennweite  $f$  einer Linse vom Brechungsindex  $n$  abhängt, der seinerseits eine Funktion der Frequenz (Farbe) des Lichtes ist. Dies führt dazu, daß die Brennweite einer Linse für verschiedene Farben unterschiedlich ist. Dies nennt man „chromatische Aberration“. Eine einfache Linse entwirft daher von einem Gegenstand, der mit „weißem Licht“ beleuchtet ist, ein unscharfes Bild. Die Normalbrennweite einer Linse wird für gelbes Natriumlicht angegeben.

Die zahlenmäßige Abweichung der Brennweite für rotes, grünes oder blaues Licht von der Normalbrennweite bezeichnet man als die chromatische Aberration dieser Linse für rotes, grünes oder blaues Licht. Für eine Linse mit einer Normalbrennweite  $f = 10$  cm aus schwach dispersivem Glas ist die chromatische Aberration für blaues-Licht zum Beispiel gleich 0,16 cm. Man muß die Brennweite also schon mit einem Fehler  $< 1$  % bestimmen, um die chromatische Aberration zu messen.

### **5.2. Versuchsdurchführung GO 1.3: Bestimmung der chromatischen Aberration**

Im Versuch GO 1.2 haben Sie die Normalbrennweite der in der Versuchsreihe GO 1 zu untersuchenden Linse gemessen. Wiederholen Sie nun die Meßreihe des Versuchs GO 1.2, jedoch mit blauem und rotem Licht. Als Lichtquelle dient eine Glühlampe mit einem Blau- bzw. Rotfilter.

## 6. Sphärische Aberration

### 6.1. Theorie

Ein Teilergebnis bei der Ableitung der Abbildungsgleichung 1 und der Linsengleichung 12 war, daß achsenparallele Strahlen, die auf eine Sammellinse einfallen, in einem Brennpunkt fokussiert werden. Dies ist jedoch nur näherungsweise erfüllt für Strahlen, deren Abstand von der optischen Achse klein ist im Vergleich zum Krümmungsradius der Linsenflächen. Diese Näherung ist jedoch um so schlechter, je größer die ausgenutzte Linsenöffnung und je kleiner der Krümmungsradius ist. Bei einer genauen Konstruktion unter Beachtung des Brechungsgesetzes erhält man für die „Randstrahlen“ eines achsenparallelen Lichtbündels eine Brennweite  $f_R$ , die geringer ist als die der „Mittelstrahlen“  $f_M$ .

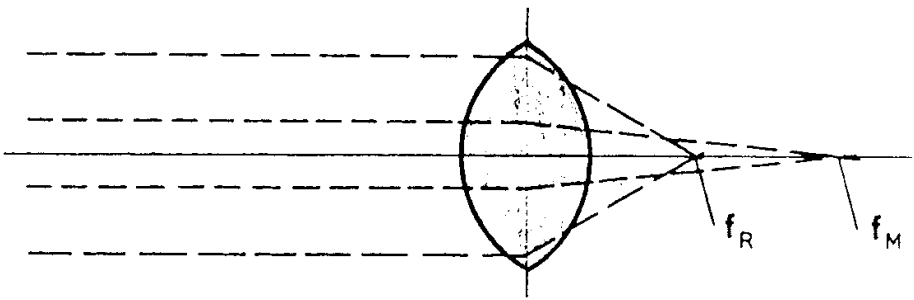


Abb. 3: Sphärische Aberration

Man nennt den Abstand zwischen  $f_M$  und  $f_R$  die „sphärische Längsaberration“ oder den „Öffnungsfehler“.

### 6.2. Versuchsdurchführung GO 1.4: sphärischen Aberration einer Sammellinse

Zur Versuchsdurchführung verwenden Sie einen ähnlichen Aufbau wie im Versuch GO 1.1. Achten Sie lediglich darauf, daß der abzubildende Gegenstand möglichst weit von der Linse entfernt ist ( $g \gg f$ ). In diesem Fall treffen die vom Gegenstand ausgehenden Lichtbündel die Linse annähernd achsenparallel. Zur Ermittlung von  $f_M$  stellen Sie vor die Linse eine kleine Lochblende. Zur Ermittlung von  $f_R$  decken Sie die Mittelzone der Linse mit einer Kreisscheibe ab.