

Versuch GO5 Linsen und Linsenfehler

10.2015 / GO1-Ch, 10.06

I. Grundlagen

Brechungsgesetz,
geometrische Optik,
Strahlengang bei Linsen,
Sammellinsen, Zerstreuungslinsen,
Hauptebenen dicker und dünner Linsen, Linsendoulette,
Linsengleichung, Abbildungsgleichung, Vergrößerung,
Linsenfehler: chromatische und sphärische Aberration.

II. Literatur

WALCHER: Praktikum der Physik, S. 130 ff.
WESTPHAL: Physikalisches Praktikum, S. 110 ff.
ILLBERG: Physikalisches Praktikum, S. 265 ff.
KOHLRAUSCH: Praktische Physik I, S. 409
BERGMANN-SCHÄFER: Lehrbuch der Experimentalphysik III, S. 81 ff.
POHL: Einführung in die Physik III, S. 28 ff.

III. Theorie und Versuchsdurchführung

a) Bestimmung der Brennweite einer dünnen Linse durch Messung von Gegenstands- und Bildweite

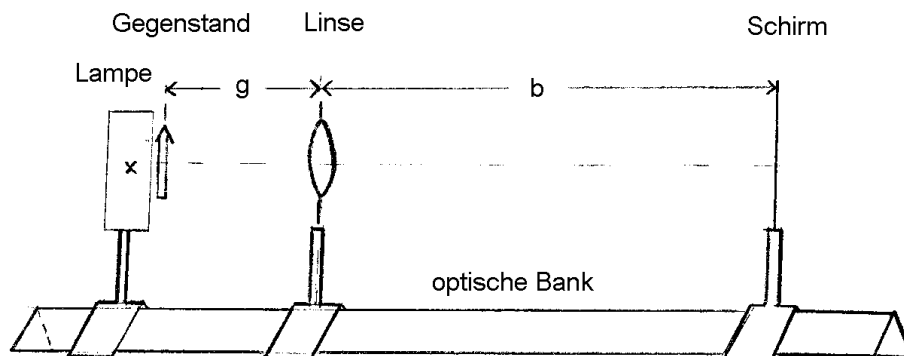


Abb. 1: Die Versuchsanordnung

Die Versuchsanordnung ist in Abb. 1 dargestellt. Als abzubildender Gegenstand dient ein Pfeil, der von einer Lampe beleuchtet wird. Mit Hilfe der Linse L soll das Bild des Pfeiles auf den Schirm S geworfen werden. Zu diesem Zweck sind Linse und Schirm auf einer optischen Bank verschiebbar angeordnet. Bei vorgegebener Linseneinstellung — der Abstand zwischen Pfeil und Linse sei mit g bezeichnet — wird der Schirm so weit verschoben, bis ein scharfes Bild des Pfeiles auf ihm entsteht. Die Entfernung zwischen Linse und Schirm, die man als Bildweite b bezeichnet, wird abgelesen.

Mit Hilfe der Abbildungsgleichung von Linsen

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{g} + \frac{1}{b} \quad (1)$$

läßt sich die Brennweite f bestimmen:

$$f = \frac{gb}{g+b} \quad (2)$$

Es zeigt sich, daß die Bildweite b nicht eindeutig meßbar ist, da das Abbild des Pfeiles für einen gewissen Bereich von b gleich scharf auf dem Schirm erscheint. Dies ist eine Folge davon, daß die zur Herleitung von Gleichung 1 gemachten Approximationen nur teilweise realisierbar sind. Man spricht in diesem Zusammenhang von Abbildungsfehlern.

Um den Einfluß dieser Abbildungsfehler auf die Messung der Brennweite f möglichst klein zu halten, geht man wie folgt vor:

Die Messungen werden für verschiedene Wertepaare (g_1, b_1) , (g_2, b_2) , etc. wiederholt. Die reziproken Meßwerte werden sodann in ein rechtwinkliges Koordinatensystem (s. Abb. 2) eingetragen. Aufgrund von Gleichung 1 müssen die Punkte auf einer Geraden liegen, die die Achsen im Abstand von $1/f$ schneidet.

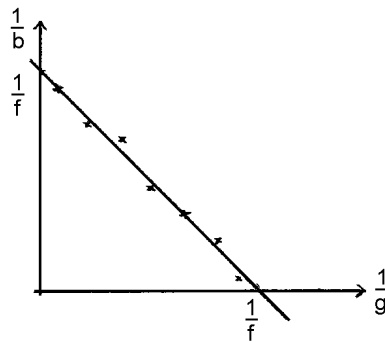


Abb. 2

Aufgrund der oben erwähnten Ungenauigkeiten werden die einzelnen Meßpunkte jedoch Streuungen um die Gerade aufweisen. Es muß deshalb eine Ausgleichsgerade so durch die einzelnen Meßpunkte gelegt werden, daß die Abweichungen nach oben und unten gleich groß sind. Aus den Schnittpunkten der Ausgleichsgeraden mit den Koordinatenachsen läßt sich f bestimmen.

b) Bestimmung der Brennweite einer dicken Linse nach Bessel

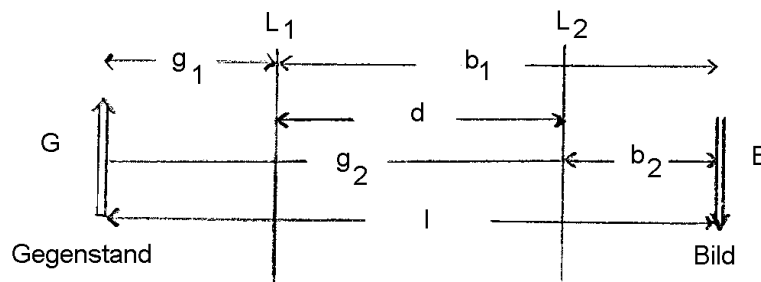


Abb. 3

Der Versuchsaufbau ist der selbe wie in Abb. 1. Der Abstand zwischen Gegenstand und Bild (Schirm) $l = g + b$ bleibt im Verlaufe des Versuchs unverändert. Nun wird die Linse L so lange verschoben, bis ein scharfes Bild auf dem Schirm S erscheint. Dies ist bei zwei verschiedenen Stellungen der Linse der Fall.

Bei der kleinen Gegenstandsweite g_1 erscheint das Bild vergrößert, bei der größeren Gegenstandsweite g_2 dagegen verkleinert. Der Abstand beider Linsenstellungen wird mit d bezeichnet (s. Abb. 3). Wegen der Umkehrbarkeit des Strahlenganges ist $g_1 = b_2$. Außerdem gelten folgende Beziehungen:

$$l = g_1 + b_1 = g_2 + b_2 \quad (3)$$

$$d = g_2 - g_1 = b_1 - b_2 = b_1 - g_1 = g_2 - b_2 \quad (4)$$

Addiert man Gl. 3 und Gl. 4, erhält man:

$$l + d = 2 b_1 \quad \text{oder} \quad b_1 = \frac{l + d}{2} \quad (5)$$

Subtrahiert man dagegen Gl. 4 von Gl. 3, findet man:

$$l - d = 2 g_1 \quad \text{oder} \quad g_1 = \frac{l - d}{2} \quad (6)$$

Setzt man Gl. 5 und Gl. 6 in die Abbildungsgleichung 1 ein und löst sie nach f auf, erhält man:

$$f = \frac{l^2 - d^2}{4 l} \quad (7)$$

Die Brennweite f einer Linse läßt sich somit bestimmen, wenn man bei vorgegebenem Abstand l zwischen Objekt und Bild den Abstand d der beiden Linsenstellungen mißt, die ein scharfes Bild liefern.

c) Bestimmung der Brennweite einer Zerstreuungslinse

Da die Zerstreuungslinse keine reellen Bilder entwirft, läßt sich ihre Brennweite f_z nicht direkt messen. Man kann jedoch durch Kombination mit einer Sammellinse der Brennweite f_s ein Linsendouplet herstellen, dessen Gesamtbrennweite f durch folgende Beziehung gegeben ist:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_s} + \frac{1}{f_z} - \frac{d}{f_s f_z} \quad (8)$$

Hierin stellt d den Abstand beider Linsen dar. Durch direktes Hintereinanderstellen ($d = 0$) erhält man:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_s} + \frac{1}{f_z} \quad (9)$$

Es ist hierbei zu beachten, daß die Brennweite von Zerstreuungslinsen negativ ist. Durch geeignete Wahl der Sammellinse ($|f_s| < |f_z|$) kann die Brennweite des Linsendouplets positiv gemacht werden. Das Linsendouplet wirkt dann als Sammellinse, dessen Brennweite f nach einem der oben beschriebenen Verfahren bestimmt werden kann. Ist die Brennweite der Sammellinse f_s bekannt, läßt sich mit Hilfe der Gleichung 9 die Brennweite der Zerstreuungslinse f_z berechnen:

$$f_z = \frac{f f_s}{f_s - f} \quad (10)$$

d) Messung der Brennweite und der Hauptebenen eines Linsendouplets

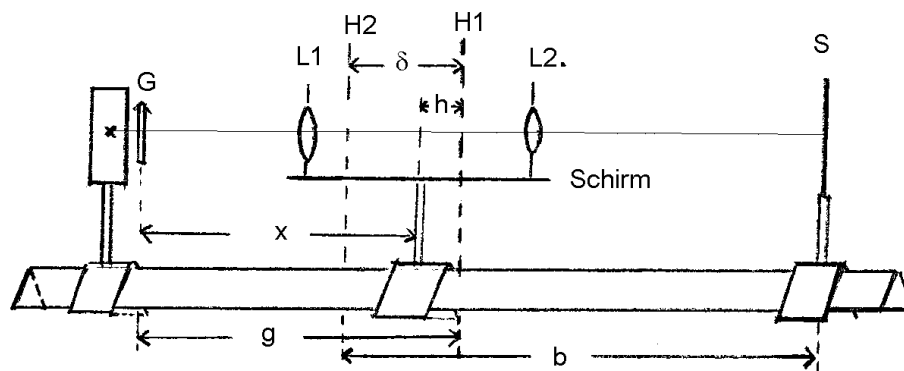


Abb. 4

Zwei Sammellinsen sollen nun ein Linsendouplett bilden. Die Linsen des Douplets werden im Abstand d auf einem Schlitten angebracht, der nun im Aufbau nach Abb. 1 an die Stelle der Linse tritt. Zum weiteren Verständnis betrachten wir die Abb. 4. Hier sind nur die beiden Hauptebenen des Douplets eingezeichnet. Der Schlitten und gegebenenfalls auch der Schirm werden so lange verschoben, bis ein scharfes Bild B des Gegenstandes G erscheint. Dies sei im Abstand x des Schlittens der Fall. Es gilt:

$$x = g - h \quad (11)$$

Unter Berücksichtigung der lateralen Vergrößerung V

$$V = \frac{B}{G} = \frac{b}{g} \quad (12)$$

und der Abbildungsgleichung 1 erhält man für die Gegenstandsweite g :

$$g = f \left(1 + \frac{1}{V} \right) \quad (13)$$

und damit

$$x = f \left(1 + \frac{1}{V} \right) - h \quad \text{oder} \quad \frac{1}{V} = \frac{1}{f}x + \frac{h-f}{f} \quad (14)$$

Mißt man die Vergrößerung V für verschiedene Werte von x , kann man die Brennweite f und den Abstand h der Hauptebene H_1 von der Stellung x des Reiters bestimmen. Zu diesem Zweck trägt man den reziproken Wert der Vergrößerung in Abhängigkeit von x in ein rechtwinkliges Koordinatensystem auf (s. Abb. 5).

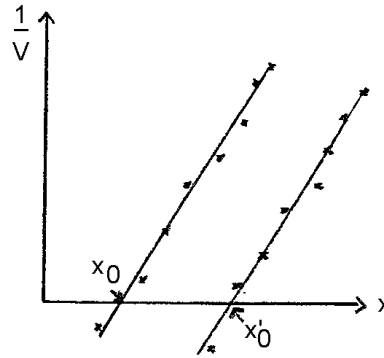


Abb. 5

Man erhält eine Gerade, deren Anstieg durch $1/f$ gegeben ist.

Aus dem Schnittpunkt mit der x -Achse läßt sich h ermitteln:

$$-x_0 = h - f \quad (15)$$

Zur Bestimmung der zweiten Hauptebene H_2 dreht man das Linsendouplett um 180° und geht wie oben vor. Gemessen wird die Vergrößerung V' in Abhängigkeit des Abstandes x' des Schlittens vom Gegenstand. Der Zusammenhang zwischen V' und x' lautet:

$$x' = f \left(1 + \frac{1}{V'} \right) - (\delta - h) \quad \text{oder} \quad \frac{1}{V'} = \frac{1}{f}x' + \frac{\delta - f - h}{f} \quad (16)$$

Trägt man die Wertepaare von $1/V'$ und x' in das Koordinatensystem der Abb. 5, erhält man wiederum eine Gerade mit dem Anstieg $1/f$. Der Schnittpunkt mit der Abszisse ergibt

$$x'_0 = f + h - \delta \quad (17)$$

Da f und h bereits bekannt sind, liefert Gl. 17 den Abstand d der beiden Hauptebenen des Douplets.

e) Abbildungsfehler

Bei der Ableitung der Linsengleichung:

$$\frac{1}{f} = (n - 1) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) \quad (18)$$

ist vorausgesetzt worden, daß nur achsennahe (paraxiale) Strahlen bei der Abbildung durch Linsen eine Rolle spielen. In diesem Falle sind die auftretenden Winkel so klein, daß ihr Sinus durch den Winkel selbst ersetzt werden kann. Außerdem wurde die Ausdehnung der Linse vernachlässigt. Da diese beiden Bedingungen nie exakt erfüllt sind, stellt die obige Gleichung nur eine Approximation dar. Die bei der Beschreibung durch obige Formel auftretenden Abweichungen werden als Abbildungsfehler bezeichnet. Wir wollen uns mit zwei Arten von Fehlern befassen.

e.1) Sphärische Aberration

Zwei Strahlenpaare r und m , die die Linse am Rande (r) und in der Mitte (m) durchsetzen, werden nicht im gleichen Punkt vereinigt. Der Fokus ist um so kleiner, je weiter die Randstrahlen von der optischen Hauptachse entfernt sind. Die Differenz der Brennweiten $f_m - f_r$ wird als sphärische Längsaberration oder Öffnungsfehler bezeichnet. Die Größe der Aberration hängt auch vom Winkel ab, unter dem die Strahlen auf die Linsenflächen auftreffen. Wird die Linse von zwei Kugelflächen mit verschiedenen Krümmungsradien begrenzt, so ist der Öffnungsfehler am kleinsten, wenn die Strahlen auf die am stärksten gewölbte Fläche auftreffen. Die sphärische Aberration kann durch Kombination mit einer Zerstreuungslinse kleinerer Brennweite reduziert werden. Dabei muß die hohle Seite der Zerstreuungslinse der Sammellinse zugeneigt sein. Gemessen wird die Brennweite für achsennahe und achsenferne Strahlen. Dies geschieht im Aufbau nach Abb. 1 durch Ausblendung der Rand- bzw. Paraxialstrahlen mittels geeigneter Blende vor der Linse. Aus der Differenz beider Brennweiten läßt sich die sphärische Längsaberration bestimmen.

e.2) Chromatische Aberration

Die Brechung der Lichtstrahlen in der Linse wird hervorgerufen durch die unterschiedliche Lichtgeschwindigkeit im Glas der Linse und in der Luft. Die Lichtgeschwindigkeit in der Linse hängt im allgemeinen von der Wellenlänge ab. Je größer die Wellenlänge ist, desto kleiner ist der Brechungsindex (normale Dispersion). Wie aus der allgemeinen Linsengleichung ersichtlich, wird die Brennweite dann größer mit zunehmender Wellenlänge. Die einfachen Linsen erzeugen Bilder mit farbigen Säumen. Diese Fehler kann man korrigieren durch Verwendung von Linsensystemen mit verschiedenen Brechungsindizes und unterschiedlicher Dispersion.

Um die chromatische Aberration einer Linse zu bestimmen, mißt man ihre Brennweite für verschiedene Wellenlängen. Dies geschieht mit Hilfe des Aufbaues der Abb. 1 unter Verwendung verschiedener Farbfilter. Da die Lichtquelle Spektrallinien verschiedener Wellenlänge aussendet, läßt sich der gewünschte Wellenlängenbereich herausfiltern. Die Differenz der Brennweiten für gelbes und blaues Licht $f_g - f_b$ ist ein Maß für die Größe der chromatischen Aberration.